درس انتقال جرم

سرفصل

- مقدمه و کلیات: تقسیم بندی عملیات انتقال جرم
- معرفی انواع مکانیسم های انتقال جرم
- نفوذ مولکولی و ضرایب نفوذ در گازها و مایعات
- ضرایب انتقال جرم و نحوه محاسبه آنها
- انتقال جرم بین فازها
- دستگاه های مربوط به عملیات گاز-مایع
- جذب گاز

انتقال جرم (Mass transfer)

- تعریف: انتقال یک ماده به داخل ماده دیگر در مقیاس مولکولی انتقال جرم می باشد.

۱) مولکول های آب که از سطح آب استخر جدا شده و درون توده هوایی که روی استخر جریان دارد حرکت می کند.

۲) لیوان چای و شکر

۳) خشک شدن لباس

- نکته: عامل انتقال جرم اختلاف غلظت یا دقیق تر اختلاف پتانسیل شیمیایی است.

تقسیم بندی عملیات انتقال جرم

1) تماس مستقیم دو فاز نا محلول
   - گاز-مایع: تقطیر، جذب و دفع، رطوبت زنی و رطوبت زدایی
   - گاز-جامد: خشک کردن، جذب سطحی
   - مایع-مایع: استخراج مایع-مایع
   - جامد-مایع: تبلور، استخراج جامد-مایع
2) تماس مستقیم دو فاز محلول: نفوذ حرارتی و استفاده از نیروی سانتریفیوژ، نفوذ جارویی
3) تماس غیر مستقیم دو فاز به کمک فرایند غشایی
4) استفاده از کشش سطحی

مکانیسم های انتقال جرم

- انتقال جرم به واسطه نفوذ

  نفوذ مولکولی

  نفوذ گردانه ای

- انتقال جرم به واسطه جا به جایی (حرکت توده ای)

- شاخص تعیین میزان انتقال جرم:

شار یا فلاکس انتقال جرم (شار مولی یا شار جرمی)

عبارتست از تعدادمولها (جرم) منتقل شده به ازای واحد زمان به ازای واحد سطح انتقال جرم

$$molar\ \ flux = \frac{n}{t.A} \qquad mass\ \ flux = \frac{m}{t.A}$$

به این ترتیب شدت انتقال جرم از حاصلضرب شار در سطح انتقال جرم به دست می آید.

انواع شار:

شار مطلق (N_A) عبارتست از شار جزء A نسبت به یک ناظر ساکن $N_A = C_A V_A$

شار نسبی (J_A) عبارتست از شار جزء A نسبت به توده سیال $J_A = C_A\left(V_A - V^*\right)$

رابطه بین شار نسبی و مطلق به قرار زیر است:

$$N_A = C_A V_A - C_A V^* + C_A V^* = C_A\left(V_A - V^*\right) + \frac{C_A}{C_t} V^*.C_t \qquad N_A = J_A + x_A.N$$

$$N_A = J_A + x_A.(N_A + N_B)$$

- قانون اول فیک Fick's first law

علامت منفی نشان دهنده آن است که نفوذ در جهتی که غلظت کاهش می یابد انجام می شود.

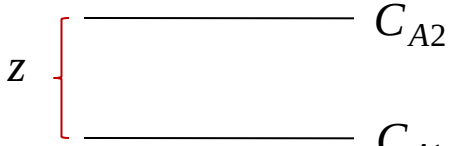
$$J_A = -D_{AB} \frac{dC_A}{dz}$$

$$J_A = -D_{AB} \nabla C_A$$

تمرین: ثابت کنید $D_{AB}=D_{BA}$

موارد خاص در انتقال جرم

- نفوذ مولکولی در حالت پایا جریان آرام و در یک جهت برای سیستم دو جزئی:
منظور از حالت پایا یعنی شار جزء A و B ثابت می باشند.



$$N_A = J_A + x_A.(N_A + N_B)$$

$$N_A = -D_{AB}\frac{dC_A}{dz} + x_A.(N_A + N_B)$$

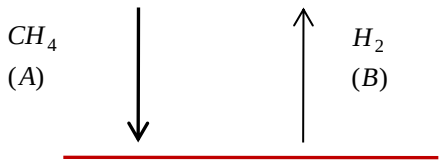
$$N_A = -D_{AB}\frac{dC_A}{dz} + \frac{C_A}{C_t}(N_A + N_B) \qquad \int_{C_{A1}}^{C_{A2}} \frac{-dC_A}{N_A C_t - C_A(N_A + N_B)} = \frac{1}{C_t D_{AB}} \int_0^z dz$$

$$N_A = \frac{N_A}{N_A + N_B}\frac{D_{AB}C_t}{z}\ln\left(\frac{\frac{N_A}{N_A + N_B} - \frac{C_{A2}}{C_t}}{\frac{N_A}{N_A + N_B} - \frac{C_{A1}}{C_t}}\right)$$

از رابطه فوق زمانی می توان استفاده کرد که رابطه بین N_A و N_B مشخص باشد.

مثال: شکسته شدن متان روی سطح کاتالیست

$$CH_4 \rightarrow C + 2H_2$$



$$\frac{N_B}{\nu_B} = \frac{N_A}{\nu_A} \qquad N_B = -2N_A \Rightarrow \frac{N_A}{N_A - 2N_A} = \frac{N_A}{-N_A} - 1$$

نفوذ جزء A در جزء ساکن B :

$$N_B = 0 \Rightarrow \frac{N_A}{N_A + N_B} = 1$$

برای مایعات:

$$N_A = \frac{D_{AB} C_t}{z} \ln\left(\frac{1 - x_{A2}}{1 - x_{A1}}\right) \qquad N_A = \frac{D_{AB}}{z}\left(\frac{\rho}{M}\right)_{ave} \ln\left(\frac{1 - x_{A2}}{1 - x_{A1}}\right)$$

برای گازها:

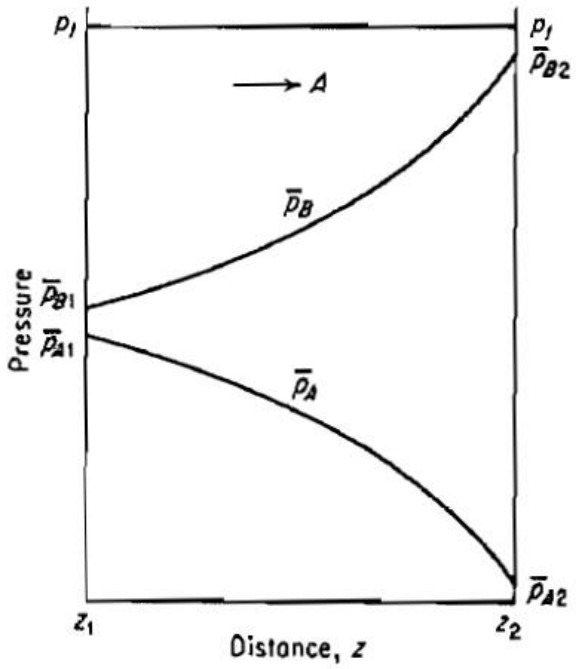
$$N_A = \frac{D_{AB}}{z} \cdot \frac{p_t}{RT} \ln\left(\frac{1 - y_{A2}}{1 - y_{A1}}\right) \qquad N_A = \frac{D_{AB}}{z} \cdot \frac{p_t}{RT} \ln\left(\frac{p_t - p_{A2}}{p_t - p_{A1}}\right)$$

$$\left.\begin{aligned} p_t - p_{A2} &= p_{B2} \\ p_t - p_{A1} &= p_{B1} \end{aligned}\right\} \Rightarrow p_{A1} - p_{A2} = p_{B2} - p_{B1} \quad (1),\ p_{BM} = \frac{p_{B1} - p_{B2}}{\ln \dfrac{p_{B2}}{p_{B1}}} \quad (2)$$

$$N_A = \frac{D_{AB}}{z} \cdot \frac{p_t}{RTp_{BM}} \left(p_{A1} - p_{A2}\right)$$

$$N_A = \frac{D_{AB}}{z} \cdot \frac{p_t}{RTy_{BM}} \left(y_{A1} - y_{A2}\right)$$

برای محلول های رقیق y_{BM} به سمت 1 میل می کند.



- نفوذ متقابل با شار مولی مساوی در حالت پایا:

$$N_A = -N_B$$

$$N_A = -D_{AB}\frac{dC_A}{dz} + x_A.(N_A + N_B)$$

$$N_A = -D_{AB}\frac{dC_A}{dz}$$

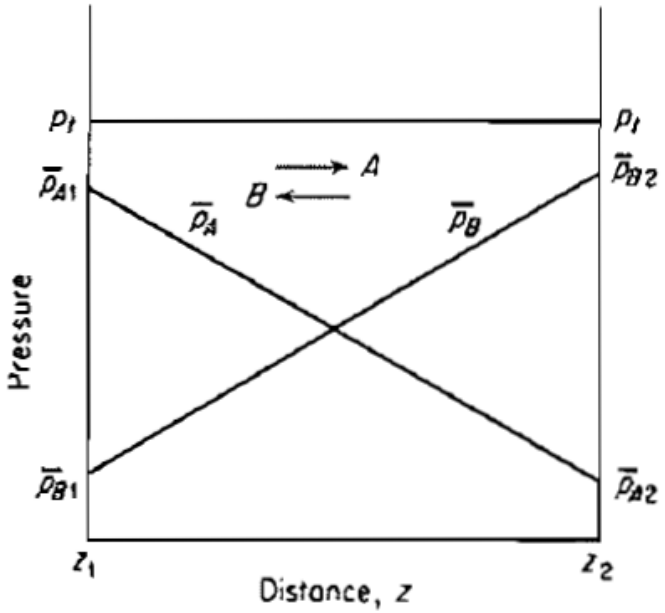
برای مایعات

$$N_A = \frac{D_{AB}}{z}\left(C_{A1} - C_{A2}\right)$$

برای گازها

$$N_A = \frac{D_{AB}}{RTz}\left(p_{A1} - p_{A2}\right)$$

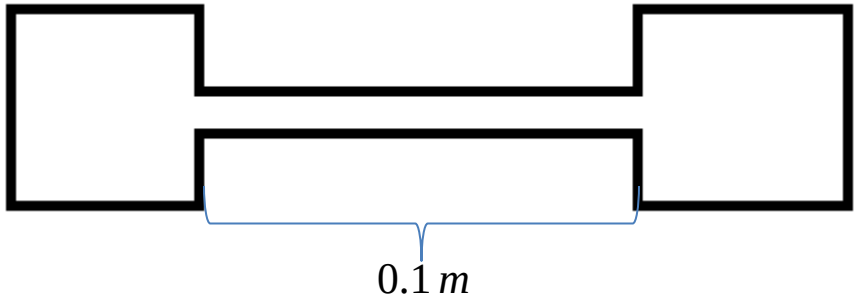
$$N_A = \frac{D_{AB}\,p_t}{RTz}\left(y_{A1} - y_{A2}\right)$$



مثال: گاز آمونیاک از داخل یک لوله به طول 0/1 m حاوی گاز نیتروژن در فشار کل Pa 103250 و دمای 298 k می باشد. مطابق شکل زیر مطلوبست تعیین شار آمونیاک و شار انتقال نیتروژن در حالت پایدار و با توجه به اطلاعات ارائه شده.

$$D_{AB} = 0.23\times10^{-4}\ \frac{m^2}{s} \qquad N_A = -N_B$$

$$p_{A1} = 1.013\times10^{4}\ Pa \qquad p_{A2} = 0.507\times10^{4}\ Pa$$



چون ظرف در بسته است فشار کل ثابت می باشد

$$N_A = \frac{D_{AB}}{RTz}\left(p_{A1} - p_{A2}\right)$$

$$N_A = \frac{0.23\times10^{-4}}{8.314\times298\times0.1}\left(1.013\times10^{4} - 0.507\times10^{4}\right) = 4.7\times10^{-4}\ \frac{kmol}{m^2.s}$$

نفود مولکولی مخلوط های چند جزئی

- معادلات همانند قبل است فقط به جای D_{AB} از یک ضریب نفوذ موثر به نام D_{Am} استفاده می شود.

$$D_{Am} = \frac{N_A - y_A \sum_{i=A}^{n} N_i}{\sum_{i \neq A}^{n} \frac{1}{D_{Ai}} \left(y_i N_A - y_A N_i \right)} \Rightarrow D_{Am} = \frac{N_A - y_A (N_A + N_B + N_C)}{\frac{1}{D_{AB}} \left(y_B N_A - y_A N_B \right) + \frac{1}{D_{AC}} \left(y_C N_A - y_A N_C \right)}$$

$$N_A = \frac{N_A}{N_A + N_B + N_C} \frac{D_{Am} C_t}{z} \ln \left(\frac{\frac{N_A}{N_A + N_B + N_C} - \frac{C_{A2}}{C_t}}{\frac{N_A}{N_A + N_B + N_C} - \frac{C_{A1}}{C_t}} \right)$$

- حالت خاص: اگر تمام N_i ها به غیر از N_A صفر باشد داریم:

$$D_{Am} = \frac{1 - y_A}{\sum_{i \neq A}^{n} \frac{y_i}{D_{Ai}}} = \frac{1}{\sum_{i \neq A}^{n} \frac{y_i'}{D_{Ai}}}$$

ضریب نفوذ مولکولی

- ضریب نفوذ مولکولی گازها

$$D_{AB} = \frac{10^{-4}\left(1.084 - 0.249\sqrt{1/M_A + 1/M_B}\right)T^{3/2}\sqrt{1/M_A + 1/M_B}}{p_t(r_{AB})^2 f(kT/\varepsilon_{AB})}$$

$$D_{AB} \propto T^{\frac{3}{2}}, \frac{1}{P_t} \Rightarrow \frac{D_{AB}|_2}{D_{AB}|_1} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot \frac{P_{t1}}{P_{t2}}$$

- ضریب نفوذ مولکولی مایعات

$$D^0_{AB} = \frac{(117.3 \times 10^{-18})(\varphi M_B)^{0.5} T}{\mu v_A^{0.6}}$$

$$D_{AB} \propto T, \frac{1}{\mu}, M_B^{0.5}, v_A^{-0.6} \Rightarrow \frac{D_{AB}|_2}{D_{AB}|_1} = \frac{\mu_1}{\mu_2} \cdot \frac{T_2}{T_1}$$

معادلات حاکم اشکال هندسی با سطح انتقال جرم متغیر

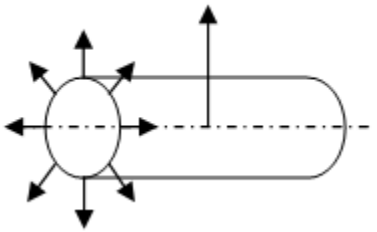
مختصات کارتزین

$$q = N_A.A = Cons\tan t, \quad N_A = Cons\tan t$$

مختصات استوانه ای

$$q = N_A.A = Cons\tan t, \quad N_A \neq Cons\tan t$$

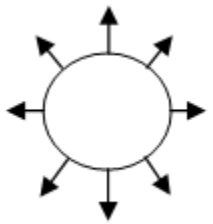
$$\left(N_A.2\pi rl\right)_1 = \left(N_A.2\pi rl\right)_2 = \left(N_A.2\pi rl\right) \Rightarrow N_A = N_{A,1}.\frac{r_1}{r}$$



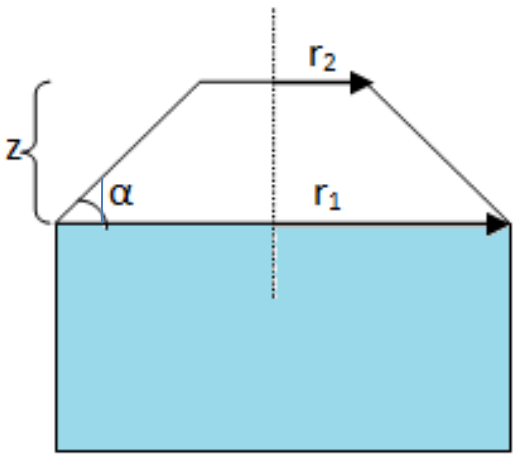
مختصات کروی

$$q = N_A.A = Cons\tan t, \quad N_A \neq Cons\tan t$$

$$\left(N_A.4\pi r^2\right)_1 = \left(N_A.4\pi r^2\right)_2 = \left(N_A.4\pi r^2\right) \Rightarrow N_A = N_{A,1}.\frac{r_1^2}{r^2}$$

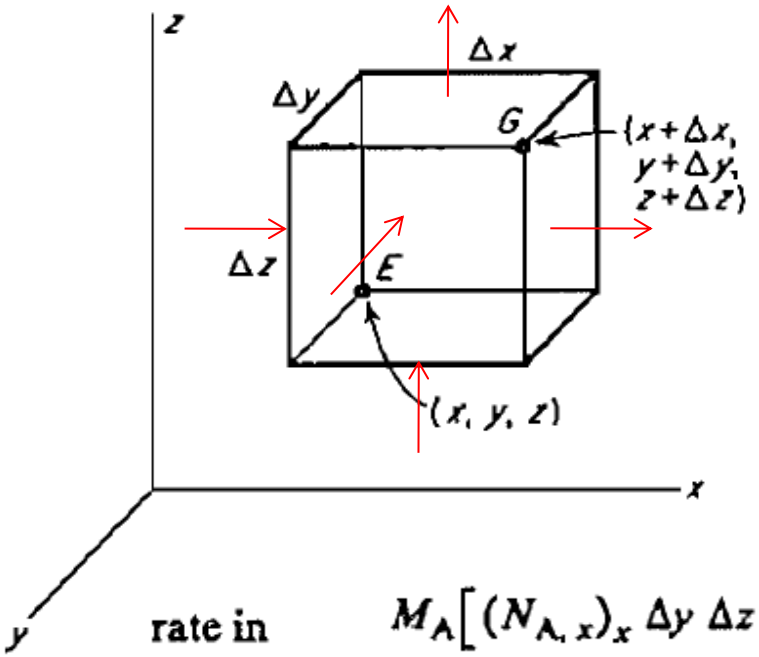


مثال: ظرفی مطابق شکل زیر را در نظر بگیرید. رابطه ای بیابید که مول لازم برای جبران آب تبخیرشده به ازای واحد زمان را تعیین کنید.



رابطه ای برای شار تصعید گلوله نفتالین به دست آورید.

موازنه جرم برای سیستم کارتزین به فرم دیفرانسیلی



$$q = N_A.A$$

rate in $M_A\left[(N_{A,x})_x\,\Delta y\,\Delta z + (N_{A,y})_y\,\Delta x\,\Delta z + (N_{A,z})_z\,\Delta x\,\Delta y\right]$

Rate out $M_A\left[(N_{A,x})_{x+\Delta x}\,\Delta y\,\Delta z + (N_{A,y})_{y+\Delta y}\,\Delta x\,\Delta z + (N_{A,z})_{z+\Delta z}\,\Delta x\,\Delta y\right]$

rate of accumulation $\Delta x\,\Delta y\,\Delta z\,\partial\rho_A/\partial\theta$

rate of generation $M_A R_A\,\Delta x\,\Delta y\,\Delta z$

Rate out − rate in + rate of accumulation = rate of generation

معادله پیوستگی

Rate out − rate in + rate of accumulation = rate of generation

$$M_A\Big\{[(N_{A,x})_{x+\Delta x} - (N_{A,x})_x]\,\Delta y\,\Delta z + \big[(N_{A,y})_{y+\Delta y} - (N_{A,y})_y\big]\,\Delta x\,\Delta z + [(N_{A,z})_{z+\Delta z} - (N_{A,z})_z]\,\Delta x\,\Delta y\Big\} + \Delta x\,\Delta y\,\Delta z\frac{\partial \rho_A}{\partial \theta} = M_A R_A\,\Delta x\,\Delta y\,\Delta z$$

المان حجم بر معادله فوق تقسیم می شود: $\Delta x\,\Delta y\,\Delta z$

$$M_A\left(\frac{\partial N_{A,x}}{\partial x} + \frac{\partial N_{A,y}}{\partial y} + \frac{\partial N_{A,z}}{\partial z}\right) + \frac{\partial \rho_A}{\partial \theta} = M_A R_A$$

$$M_B\left(\frac{\partial N_{B,x}}{\partial x} + \frac{\partial N_{B,y}}{\partial y} + \frac{\partial N_{B,z}}{\partial z}\right) + \frac{\partial \rho_B}{\partial \theta} = M_B R_B$$

جمع دو معادله فوق موازنه جرم کل خواهد بود

$$\frac{\partial (M_A N_A + M_B N_B)_x}{\partial x} + \frac{\partial (M_A N_A + M_B N_B)_y}{\partial y} + \frac{\partial (M_A N_A + M_B N_B)_z}{\partial z} + \frac{\partial \rho}{\partial \theta} = 0$$

معادله پیوستگی

$$\frac{\partial(M_A N_A + M_B N_B)_x}{\partial x} + \frac{\partial(M_A N_A + M_B N_B)_y}{\partial y} + \frac{\partial(M_A N_A + M_B N_B)_z}{\partial z} + \frac{\partial \rho}{\partial \theta} = 0$$

$$\rho = \rho_A + \rho_B$$

$$M_A N_{A,x} = u_x \rho_A + M_A J_{A,x}$$

$$\rho u_x = u_{A,x}\rho_A + u_{B,x}\rho_B = M_A N_{A,x} + M_B N_{B,x}$$

$$\frac{\partial(M_A N_A + M_B N_B)_x}{\partial x} = \rho \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_x \frac{\partial \rho}{\partial x}$$

معادله دیفرانسیلی موازنه جرم کل (معادله پیوستگی)

$$\rho\left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z}\right) + u_x \frac{\partial \rho}{\partial x} + u_y \frac{\partial \rho}{\partial y} + u_z \frac{\partial \rho}{\partial z} + \frac{\partial \rho}{\partial \theta} = 0$$

برای سیال تراکم ناپذیر معادله به شکل مقابل خواهد :

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0$$

معادله دیفرانسیل حول یک جزء

$$M_A\left(\frac{\partial N_{A,x}}{\partial x}+\frac{\partial N_{A,y}}{\partial y}+\frac{\partial N_{A,z}}{\partial z}\right)+\frac{\partial \rho_A}{\partial \theta}=M_A R_A \qquad M_A N_{A,x}=u_x\rho_A+M_A J_{A,x}$$

$$M_A\frac{\partial N_{A,x}}{\partial x}=u_x\frac{\partial \rho_A}{\partial x}+\rho_A\frac{\partial u_x}{\partial x}+M_A\frac{\partial J_{A,x}}{\partial x}=u_x\frac{\partial \rho_A}{\partial x}+\rho_A\frac{\partial u_x}{\partial x}-M_A D_{AB}\frac{\partial^2 c_A}{\partial x^2}$$

$$u_x\frac{\partial c_A}{\partial x}+u_y\frac{\partial c_A}{\partial y}+u_z\frac{\partial c_A}{\partial z}+\frac{\partial c_A}{\partial \theta}=D_{AB}\left(\frac{\partial^2 c_A}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 c_A}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 c_A}{\partial z^2}\right)+R_A$$

$$\frac{\partial c_A}{\partial \theta}=D_{AB}\left(\frac{\partial^2 c_A}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 c_A}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 c_A}{\partial z^2}\right)$$

قانون دوم فیک: نفوذ در جامدات

- مثال: مطلوبست تعیین شار انتقال جرم نمک NaCl در 18 درجه سانتی گراد از لایه ساکن آب به ضخامت 0/1 cm. غلظت نمک در دو طرف لایه ساکن آب به ترتیب % 10 و % 20 می باشد. ضریب نفوذ نمک با غلظت به صورت خطی تغییر می کند. سایر اطلاعات به قرار زیر است:

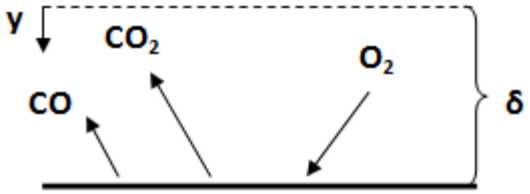
$$at \quad T = 18°C \Rightarrow \left\{ \rho \big|_{20\%} = 1.15 \frac{g}{cm^3}, D_{AB_1} = 1.24 \times 10^{-5} \frac{cm^2}{s} \right.$$

$$\left\{ \rho \big|_{10\%} = 1.07 \frac{g}{cm^3}, D_{AB_2} = 1.36 \times 10^{-5} \frac{cm^2}{s} \right.$$

حل: فرایند انتقال جرم جزء A در جزء ساکن B است.

مثال: نرخ تبادل در یک پوسته استوانه ای به شعاع داخلی r_1 و شعاع خارجی r_2 و به طول L که غلظت در سطوح داخلی و خارجی آن به ترتیب C_{A1} و C_{A2} باشد و انتقال جزء A در جزء ساکن B مد نظر باشد را محاسبه کنید.

- مثال: اکسیژن پس از نفوذ از یک لایه به ضخامت δ خود را به سطح ذغال رسانده و واکنش زیر انجام می شود. در حالت پایا و یک بعدی اگر واکنش آنی انجام شود معادله بقای جرم را حل کنید. نکته: واکنش هایی که روی سطح کاتالیست انجام می شود سرعت واکنش بر مبنای حجم برابر صفر است.



$$3C + 2O_2 \rightarrow 2CO + CO_2$$

حل:

فصل سوم: ضریب انتقال جرم

$$N_A = \frac{N_A}{N_A + N_B} \frac{D_{AB}c}{z} \ln \frac{N_A/(N_A + N_B) - c_{A2}/c}{N_A/(N_A + N_B) - c_{A1}/c}$$

$$N_A = \frac{N_A}{N_A + N_B} F \ln \frac{N_A/(N_A + N_B) - c_{A2}/c}{N_A/(N_A + N_B) - c_{A1}/c}$$

تعریف ضریب انتقال جرم برای موارد خاص

$$\text{Flux} = (\text{coefficient})(\text{concentration difference})$$

الف) نفوذ جزء A در جزء ساکن B :

$$N_A = \begin{cases} k_G(\bar{p}_{A1} - \bar{p}_{A2}) = k_y(y_{A1} - y_{A2}) = k_c(c_{A1} - c_{A2}) & \text{gases} \\ k_x(x_{A1} - x_{A2}) = k_L(c_{A1} - c_{A2}) & \text{liquids} \end{cases}$$

$$\frac{mol}{m^2.h} = [k_G].Pa \Rightarrow [k_G] : \frac{mol}{m^2.h.Pa}$$

ب) نفوذ متقابل با مول برابر:

$$N_A = \begin{cases} k'_G(\bar{p}_{A1} - \bar{p}_{A2}) = k'_y(y_{A1} - y_{A2}) = k'_c(c_{A1} - c_{A2}) & \text{gases} \\ k'_x(x_{A1} - x_{A2}) = k'_L(c_{A1} - c_{A2}) & \text{liquids} \end{cases}$$

Table 3.1 Relations between mass-transfer coefficients

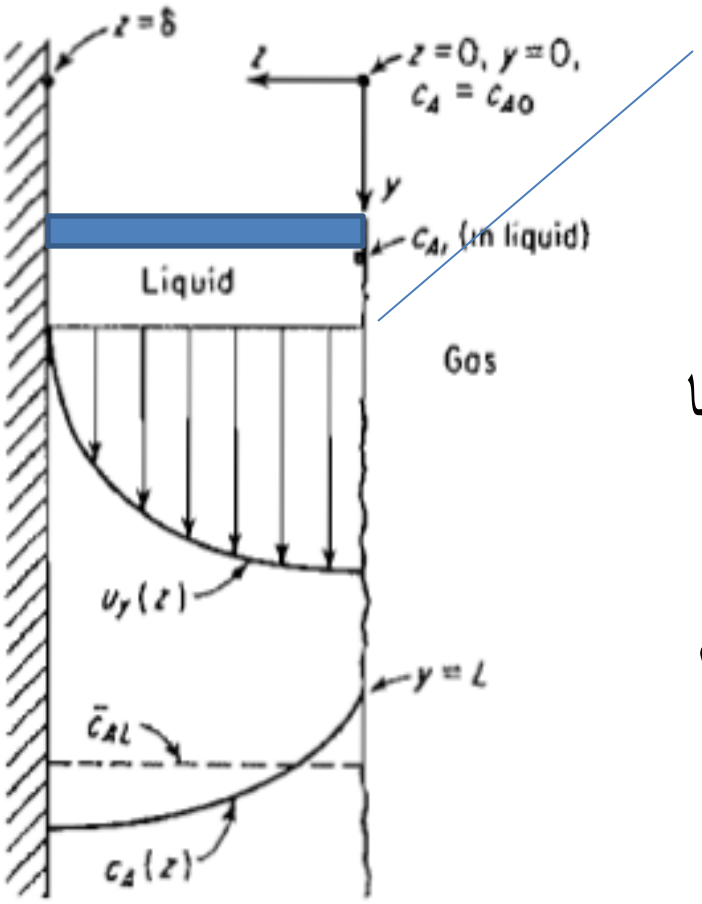
Rate equation		Units of coefficient
Equimolal counterdiffusion	Diffusion of A through nondiffusing B	
	Gases	
$N_A = k'_G \Delta \bar{p}_A$	$N_A = k_G \Delta \bar{p}_A$	$\frac{\text{Moles transferred}}{(\text{Area})(\text{time})(\text{pressure})}$
$N_A = k'_y \Delta y_A$	$N_A = k_y \Delta y_A$	$\frac{\text{Moles transferred}}{(\text{Area})(\text{time})(\text{mole fraction})}$
$N_A = k'_c \Delta c_A$	$N_A = k_c \Delta c_A$	$\frac{\text{Moles transferred}}{(\text{Area})(\text{time})(\text{mol/vol})}$
	$W_A = k_Y \Delta Y_A$	$\frac{\text{Mass transferred}}{(\text{Area})(\text{time})(\text{mass A/mass B})}$
Conversions: $F = k_G \bar{p}_{B,M} = k_y \frac{\bar{p}_{B,M}}{p_t} = k_c \frac{\bar{p}_{B,M}}{RT} = \frac{k_Y}{M_B} = k'_G p_t = k'_y = k'_c \frac{p_t}{RT} = k'_c c$		
	Liquids	
$N_A = k'_L \Delta c_A$	$N_A = k_L \Delta c_A$	$\frac{\text{Moles transferred}}{(\text{Area})(\text{time})(\text{mol/vol})}$
$N_A = k'_x \Delta x_A$	$N_A = k_x \Delta x_A$	$\frac{\text{Moles transferred}}{(\text{Area})(\text{time})(\text{mole fraction})}$
Conversions: $F = k_x x_{B,M} = k_L x_{B,M} c = k'_L c = k'_L \frac{\rho}{M} = k'_x$		

تعیین معادله ضریب انتقال جرم

- روش آنالیز ابعادی
- روش تحلیل ریاضی
- روش تئوری لایه مرزی
- روش تشابه پدیده های انتقال

روش تحلیل ریاضی

- مثال: فیلم مایع ریزان:



فرضیات:

1) هیچ واکنش شیمیایی انجام نمی شود،
2) تغییرات در جهت x ناچیز است،
3) فرایند حالت پایا است،
4) سرعت در جهت z ناچیز است،
5) نفوذ جزء A در جهت y در مقایسه با انتقال جرم بالک قابل صرفنظر است،
6) خواص فیزیکی و فشار ثابت می باشد،
7) غلظت جزء A در فاز مایع ابتدای فیلم یکنواخت و برابر C_{A0} می باشد،
8) $C_{A0} < C_{ai}$

برای تعیین معادله ضریب انتقال جرم ابتدا توزیع غلظت را باید تعیین کرد.

$$u_x \frac{\partial \rho_A}{\partial x} + u_y \frac{\partial \rho_A}{\partial y} + u_z \frac{\partial \rho_A}{\partial z} + \rho_A \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right)$$

$$- M_A D_{AB} \left(\frac{\partial^2 c_A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c_A}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 c_A}{\partial z^2} \right) + \frac{\partial \rho_A}{\partial \theta} = M_A R_A$$

$$\rho \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) + u_x \frac{\partial \rho}{\partial x} + u_y \frac{\partial \rho}{\partial y} + u_z \frac{\partial \rho}{\partial z} + \frac{\partial \rho}{\partial \theta} = 0$$

$$u_y \frac{\partial c_A}{\partial y} = D_{AB} \frac{\partial^2 c_A}{\partial z^2}$$

برای حل معادله فوق نیاز به تعیین معادله سرعت در جهت y می باشد. برای این منظور از معادله ناویر استوکس در جهت y استفاده می شود.

$$\rho\left(\frac{\partial u_y}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_y}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_y}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_y}{\partial z}\right) = -\frac{\partial P}{\partial y} + \mu\left(\frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial z^2}\right) + \rho g$$

$$\mu \frac{d^2 u_y}{dz^2} + \rho g = 0$$

$$u_y = 0 \text{ at } z = \delta$$

$$du_y/dz = 0 \text{ at } z = 0$$

$$u_y = \frac{\rho g \delta^2}{2\mu}\left[1 - \left(\frac{z}{\delta}\right)^2\right] = \frac{3}{2}\bar{u}_y\left[1 - \left(\frac{z}{\delta}\right)^2\right]$$

$$\frac{3}{2}\bar{u}_y\left[1-\left(\frac{z}{\delta}\right)^2\right]\frac{\partial c_A}{\partial y}=D_{AB}\frac{\partial^2 c_A}{\partial z^2} \qquad \delta=\left(\frac{3\bar{u}_y\mu}{\rho g}\right)^{1/2}=\left(\frac{3\mu\Gamma}{\rho^2 g}\right)^{1/3}$$

$$\frac{c_{A,i}-\bar{c}_{A,L}}{c_{A,i}-c_{A0}}=0.7857e^{-5.1213\eta}+0.1001e^{-39.318\eta}+0.03599e^{-105.64\eta}+\cdots$$

$$\eta=2D_{AB}L/3\delta^2\bar{u}_y$$

- برای تعیین معادله انتقال جرم با نوشتن موازنه جزء A در یک المان با ضخامت dy داریم:

$$\bar{u}_y.d\bar{C}_A.W.\delta=k_L\left(C_{A,i}-\bar{C}_A\right)W.dy$$

$$\bar{u}_y \delta \, d\bar{c}_A = k_L (c_{A,i} - \bar{c}_A) \, dy \Rightarrow \bar{u}_y \delta \int_{\bar{c}_A = c_{A0}}^{\bar{c}_A = \bar{c}_{A,L}} \frac{d\bar{c}_A}{c_{A,i} - \bar{c}_A} = \int_0^L k_L \, dy = k_{L,av} \int_0^L dy$$

$$k_{L,av} = \frac{\bar{u}_y \delta}{L} \ln \frac{c_{A,i} - c_{A0}}{c_{A,i} - \bar{c}_{A,L}}$$

برای جریان آرام: Re <100

برای جریان آشفته: Re >100

$$k_{L,av} = \left(\frac{6 D_{AB} \Gamma}{\pi \rho \delta L} \right)^{1/2} \qquad Sh_{av} = \left(\frac{3}{2\pi} \frac{\delta}{L} \, Re \, Sc \right)^{1/2}$$

$$N_{A,av} = \frac{\bar{u}_y \delta}{L} (\bar{c}_{A,L} - c_{A0}) = k_{L,av} (c_{A,i} - \bar{c}_A)_M$$

$$(c_{A,i} - \bar{c}_A)_M = \frac{(c_{A,i} - c_{A0}) - (c_{A,i} - \bar{c}_{A,L})}{\ln[(c_{A,i} - c_{A0}) / (c_{A,i} - \bar{c}_{A,L})]}$$

مثال: سرعت جذب دی اکسید کربن در فیلم ریزان آب از یک دیوار به طول یک متر که شدت جریان مایع 0/05 کیلوگرم بر ثانیه به ازای هر متر از عرض دیواره را به دست آورید. آب در ابتدا خالص و فشار دی اکسید کربن یک اتمسفر استاندارد است. سایر اطلاعات:

$$D_{AB} = 1.96 \times 10^{-9} \frac{m^2}{s}$$

$$\rho = 998 \frac{kg}{m^3}$$

$$\mu = 8.94 \times 10^{-4} \frac{kg}{m.s}$$

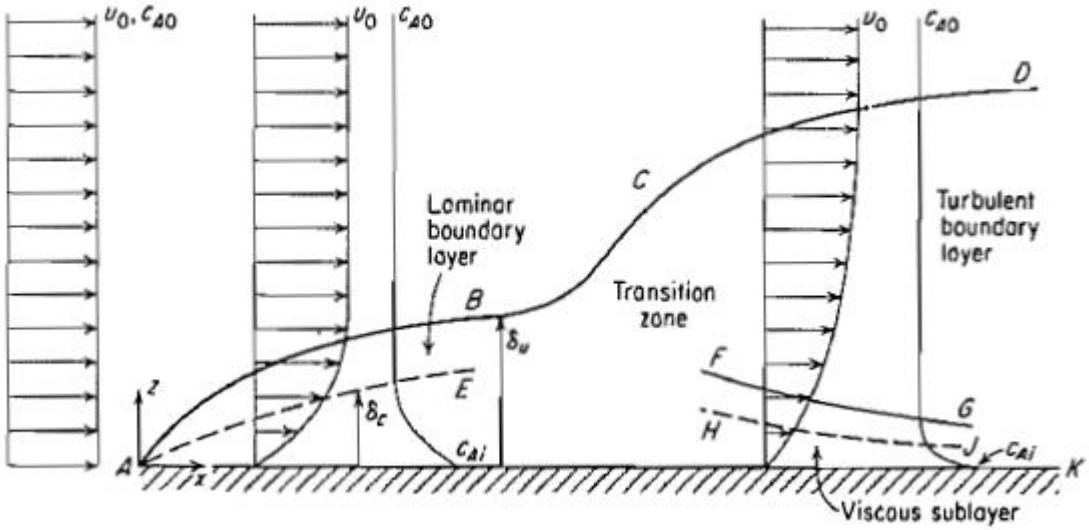
$$\Gamma = 0.05 \frac{kg}{s.m}$$

$$L = 1m$$

حل:

روش لایه مرزی

- مثال: حرکت سیال روی صفحه افقی:



$$\delta_u / \delta_c = Sc^{1/3}$$

تشابه پدیده های انتقال

پروفیل بدون بعد دما و غلظت و اعداد بدون بعد مربوط به ضرایب انتقال جرم و حرارت از توابع یکسانی پیروی می کنند.

- شرایط برقراری تشابه:

1. شرایط و هندسه جریان باید مشابه باشد.
2. انتقال جرم بدون واکنش شیمیایی باشد.
3. شرایط مرزی برای حل معادلات دیفرانسیل باید مشابه باشد.

Table 3.2 Corresponding dimensionless groups of mass and heat transfer

No.	Mass transfer	Heat transfer
1	$\frac{c_A - c_{A1}}{c_{A2} - c_{A1}}$	$\frac{t - t_1}{t_2 - t_1}$
2	Reynolds number $\mathrm{Re} = \frac{lup}{\mu}$	Reynolds number $\mathrm{Re} = \frac{lup}{\mu}$
3	Schmidt number $\mathrm{Sc} = \frac{\mu}{\rho D_{AB}} = \frac{\nu}{D_{AB}}$	Prandtl number $\mathrm{Pr} = \frac{C_p \mu}{k} = \frac{\nu}{\alpha}$
4	Sherwood number $\mathrm{Sh} = \frac{Fl}{cD_{AB}}, \frac{k_G \bar{p}_{B,M} RTl}{p_t D_{AB}}, \frac{k_c \bar{p}_{B,M} l}{p_t D_{AB}}, \frac{k_c' l}{D_{AB}}, \frac{k_y' RTl}{p_t D_{AB}}$, etc.	Nusselt number $\mathrm{Nu} = \frac{hl}{k}$
5	Grashof number† $\mathrm{Gr}_D = \frac{gl^3 \Delta\rho}{\rho} \left(\frac{\rho}{\mu}\right)^2$	Grashof number† $\mathrm{Gr}_H = gl^3 \beta \Delta t \left(\frac{\rho}{\mu}\right)^2$
6	Peclet number $\mathrm{Pe}_D = \mathrm{Re\,Sc} = \frac{lu}{D_{AB}}$	Peclet number $\mathrm{Pe}_H = \mathrm{Re\,Pr} = \frac{C_p lup}{k} = \frac{lu}{\alpha}$
7	Stanton number $\mathrm{St}_D = \frac{\mathrm{Sh}}{\mathrm{Re\,Sc}} = \frac{\mathrm{Sh}}{\mathrm{Pe}_H} = \frac{F}{cu}, \frac{F}{G}, \frac{k_G \bar{p}_{B,M} M_{av}}{\rho u}$, etc.	Stanton number $\mathrm{St}_D = \frac{\mathrm{Nu}}{\mathrm{Re\,Pr}} = \frac{\mathrm{Nu}}{\mathrm{Pe}_H} = \frac{h}{C_p up}$
8	$j_D = \mathrm{St}_D\,\mathrm{Sc}^{2/3}$	$j_H = \mathrm{St}_H\,\mathrm{Pr}^{2/3}$

تشابه چیلتون-کلبرن

تشابه کلبرن:

$$\mathrm{St}_{H,\,av} = \frac{h_{av}}{C_p \bar{u}_x \rho} = \frac{\frac{1}{2}f}{\mathrm{Pr}^{2/3}}$$

$$\mathrm{St}_{H,\,av}\,\mathrm{Pr}^{2/3} = \frac{h_{av}}{C_p \bar{u}_x \rho}\mathrm{Pr}^{2/3} = j_H = \frac{1}{2}f = \psi(\mathrm{Re})$$

تشابه چیلتون-کلبرن:

$$\mathrm{St}_{D,\,av}\,\mathrm{Sc}^{2/3} = \frac{F_{av}}{c\bar{u}_x}\mathrm{Sc}^{2/3} = j_D = \frac{1}{2}f = \psi(\mathrm{Re})$$

مثال: جریان سیالی از روی یک سیلندر با مقطع دایره ای عبور می کند. فرم بدون بعد ضریب انتقال حرارت در بازه عدد رینولدز 1 تا 4000 به کمک معادله زیر محاسبه می شود. مطلوبست تخمین شار تصعید قطعات استوانه ای به قطر 6 میلیمتر هگزافلورید اورانیوم زمانی که هوا خالص با سرعت 3 متر بر ثانیه از روی آن عبور می کند. دمای سطح جامد 43 درجه سانتی گراد و فشار بخار جامد در این دما 500 میلیمتر جیوه می باشد. فشار هوا 1 اتمسفر و دما 60 درجه سانتی گراد می باشد. سایر اطلاعات:

$$D_{AB} = 9.04\times10^{-6}\ \frac{m^2}{s}$$

$$\mathrm{Nu_{av}} = 0.43 + 0.532\ \mathrm{Re}^{0.5}\ \mathrm{Pr}^{0.31}$$

$$\rho = 4.1\frac{kg}{m^3}$$

$$\mu = 2.7\times10^{-5}\ \frac{kg}{m.s}$$

مثال: برای تخمین شدت تبخیر آب از روی یک سطح مرطوب، گاز هیدروژن با فشار 1 اتمسفر و دمای 38 درجه سانتی گراد با سرعت 15 متر بر ثانیه روی سطح دمیده می شود. اطلاعات انتقال جرم در دسترس نیست، اما اطلاعات انتقال حرارت نشان می دهد که ضریب انتقال حرارت از سطح مذکور در هوا 1 اتمسفر و 38 درجه سانتی گراد به کمک معادله زیر محاسبه می شود.

$$h = 2.3G^{0.6}$$

coefficient. Physical-property data are:

	38°C, 1 std atm	
	Air	H_2
Density ρ, kg/m^3	0.114	0.0794
Viscosity μ, kg/m · s	1.85×10^{-5}	9×10^{-6}
Thermal conductivity k W/m · K	0.0273	0.1850
Heat capacity C_p, kJ/kg · K	1.002	14.4
Diffusivity with water vapor, m^2/s		7.75×10^{-5}

Table 3.3 Mass transfer† for simple situations

Fluid motion	Range of conditions	Equation	Ref.
1. Inside circular pipes	Re = 4000–60 000 Sc = 0.6–3000	$j_D = 0.023\ Re^{-0.17}$ $Sh = 0.023\ Re^{0.83}\ Sc^{1/3}$	41, 52
	Re = 10 000 – 400 000 Sc > 100	$j_D = 0.0149\ Re^{-0.12}$ $Sh = 0.0149\ Re^{0.88}\ Sc^{1/3}$	44
2. Unconfined flow parallel to flat plates‡	Transfer begins at leading edge $Re_x < 50\,000$	$j_D = 0.664\ Re_x^{-0.5}$	32
	$Re_x = 5 \times 10^5$–3×10^7 Pr = 0.7–380	$Nu = 0.037\ Re_x^{0.8}\ Pr_0^{0.43}\left(\frac{Pr_0}{Pr_i}\right)^{0.25}$	65
	$Re_x = 2 \times 10^4$–5×10^5 Pr = 0.7–380	Between above and $Nu = 0.0027\ Re_x\ Pr_0^{0.43}\left(\frac{Pr_0}{Pr_i}\right)^{0.25}$	
3. Confined gas flow parallel to a flat plate in a duct	$Re_e = 2600$–$22\,000$	$j_D = 0.11\ Re_e^{-0.29}$	46
4. Liquid film in wetted-wall tower, transfer between liquid and gas	$\frac{4\Gamma}{\mu} = 0$–1200, ripples suppressed	Eqs. (3.18)–(3.22)	20, 37
	$\frac{4\Gamma}{\mu} = 1300$–$8300$	$Sh = (1.76 \times 10^{-5})\left(\frac{4\Gamma}{\mu}\right)^{1.506} Sc^{0.5}$	

5.	Perpendicular to single cylinders	$Re = 400–25\,000$ $Sc = 0.6–2.6$	$\frac{k_G p_{\iota}}{G_M} Sc^{0.56} = 0.281\ Re'^{0.4}$	5
		$Re' = 0.1–10^5$ $Pr = 0.7–1500$	$Nu = (0.35 + 0.34\ Re'^{0.5} + 0.15\ Re'^{0.58})\ Pr^{0.3}$	16, 21, 42
6.	Past single spheres	$Sc = 0.6–3200$ $Re'' Sc^{0.5} = 1.8–600\,000$ $Re = \frac{d p G'}{\mu}$ (look pg 82)	$Sh = Sh_0 + 0.347(Re'' Sc^{0.5})^{0.62}$ $Sh_0 = \begin{cases} 2.0 + 0.569(Gr_D Sc)^{0.250} & Gr_D Sc < 10^8 \\ 2.0 + 0.0254(Gr_D Sc)^{0.333} Sc^{0.244} & Gr_D Sc > 10^8 \end{cases}$	55
7.	Through fixed beds of pellets§	$Re'' = 90–4000$ $Sc = 0.6$	$j_D = j_H = \frac{2.06}{\varepsilon} Re''^{-0.575}$	
		$Re'' = 5000–10\,300$ $Sc = 0.6$	$j_D = 0.95 j_H = \frac{20.4}{\varepsilon} Re''^{-0.815}$	4, 23, 64
		$Re'' = 0.0016–55$ $Sc = 168–70\,600$	$j_D = \frac{1.09}{\varepsilon} Re''^{-2/3}$	
		$Re'' = 5–1500$ $Sc = 168–70\,600$	$j_D = \frac{0.250}{\varepsilon} Re''^{-0.31}$	

† Average mass-transfer coefficients throughout, for constant solute concentrations at the phase surface. Generally, fluid properties are evaluated at the average conditions between the phase surface and the bulk fluid. The heat-mass-transfer analogy is valid throughout.

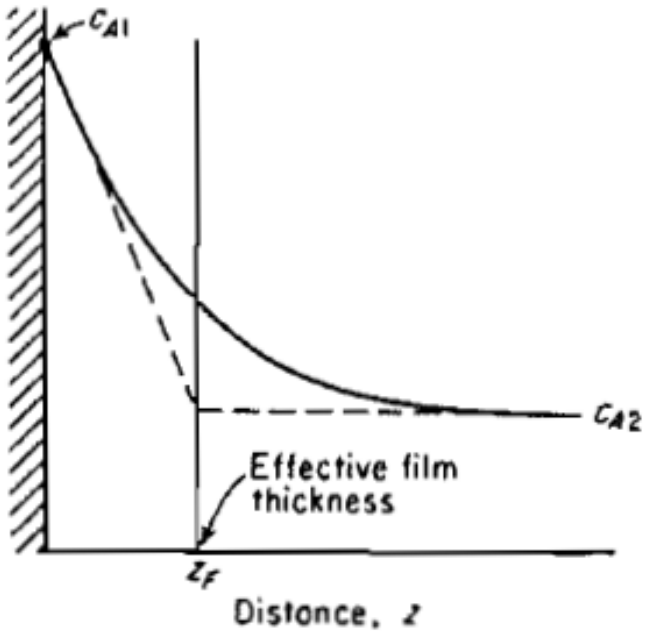
‡ Mass-transfer data for this case scatter badly but are reasonably well represented by setting $j_D = j_H$.

§ For fixed beds, the relation between ε and d_p is $a = 6(1 - \varepsilon)/d_p$, where a is the specific solid surface, surface per volume of bed. For mixed sizes [58]

$$d_p = \frac{\sum_{i=1}^{n} n_i d_{pi}^3}{\sum_{i=1}^{n} n_i d_{pi}^2}$$

تئوری های انتقال جرم

- تئوری فیلم



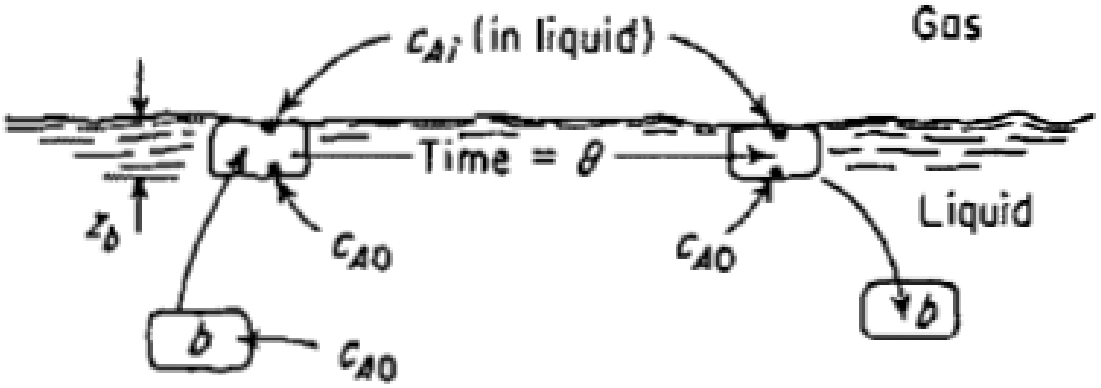
$$k = \frac{D_{AB}}{z}$$

$$k \propto D_{AB},$$

$$0 < n < 0.9, \quad k \propto D_{AB}^{n}$$

تئوری های انتقال جرم

- تئوری رسوخ



$$\frac{\partial c_A}{\partial \theta} = D_{AB}\frac{\partial^2 c_A}{\partial z^2}$$

$$c_A = \begin{cases} c_{A0} & \text{at } \theta = 0 \quad \text{for all } z \\ c_{A,i} & \text{at } z = 0 \quad \text{for } \theta > 0 \\ c_{A0} & \text{at } z = \infty \quad \text{for all } \theta \end{cases}$$

$$N_{A,av} = 2(c_{A,i} - c_{A0})\sqrt{\frac{D_{AB}}{\pi\theta}}$$

$$k_{L,av} = \sqrt{\frac{D_{AB}}{\pi\theta}}$$

تئوری های انتقال جرم

- تئوری نوشوندگی سطح

$$N_{A,av} = (c_{A,i} - c_{A0})\sqrt{D_{AB}s}$$

$$k_{L,av} = \sqrt{D_{AB}s}$$

- تئوری دوبینز

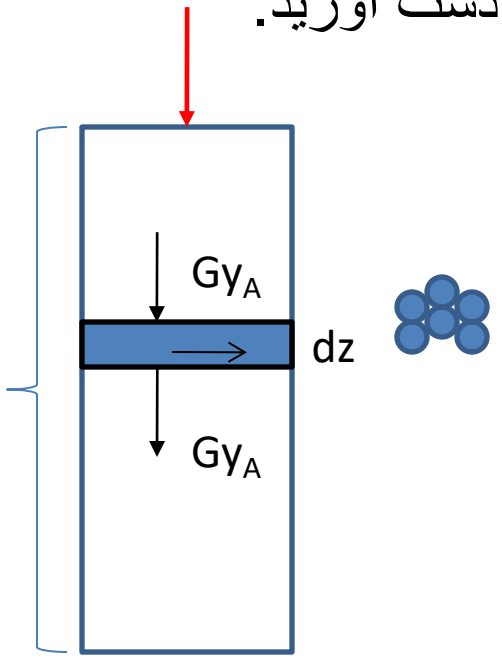
$$k_{L,av} = \sqrt{D_{AB}s}\coth\sqrt{\frac{sz_b^2}{D_{AB}}}$$

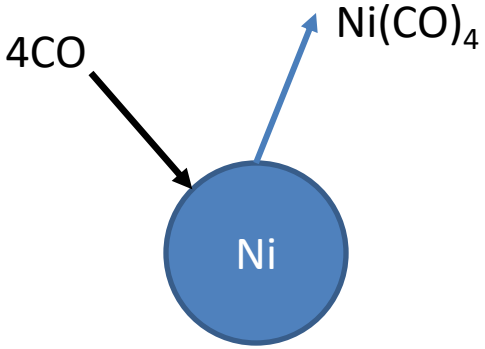
مثال:برای تولید نیکل کربنیل، گاز منو اکسید کربن از بسترگلوله های نیکل (قطر هر گلوله 12/5 mm) عبور می کند. سطح مقطع بستر 0/1 متر مربع و درصد فضای خالی بستر % 30 می باشد. منو اکسید کربن خالص در فشار 1 اتمسفر با دبی 0/002 کیلومول بر ثانیه وارد بستر می شود. واکنش روی سطح نیکل آنی انجام می شود. ارتفاع مورد نیاز بستر زمانی که غلظت منو اکسید خروجی به 0.5 درصد می رسد را به دست آورید.

$$\mu = 2.4\times10^{-5}\ \frac{kg}{m.s}$$

$$Sc = 2$$

$$Ni + 4CO \rightarrow Ni(CO)_4$$

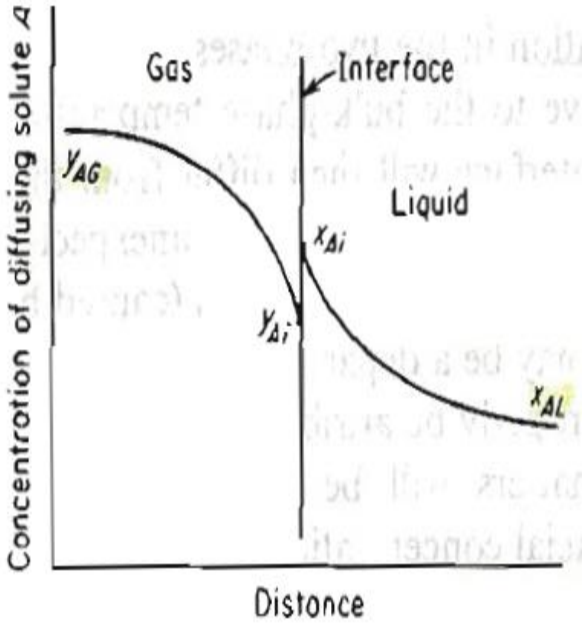




فصل پنجم: انتقال جرم بین فازها

- منحنی تعادل: رابطه بین غلظت جز نفوذ کننده را در دو فاز در حالت تعادل نشان می دهد.
- به ازای هر سیستم دو فازی منحنی تعادل شکل منحصر به فردی دارد.
- تحت شرایط دما و فشار معین برای هر یک از اجزاء موجود در سیستم می توان منحنی تعادل که رابطه بین غلظت توزیع شده بین دو فاز می باشد را ترسیم کرد.

فصل پنجم: انتقال جرم بین فازها



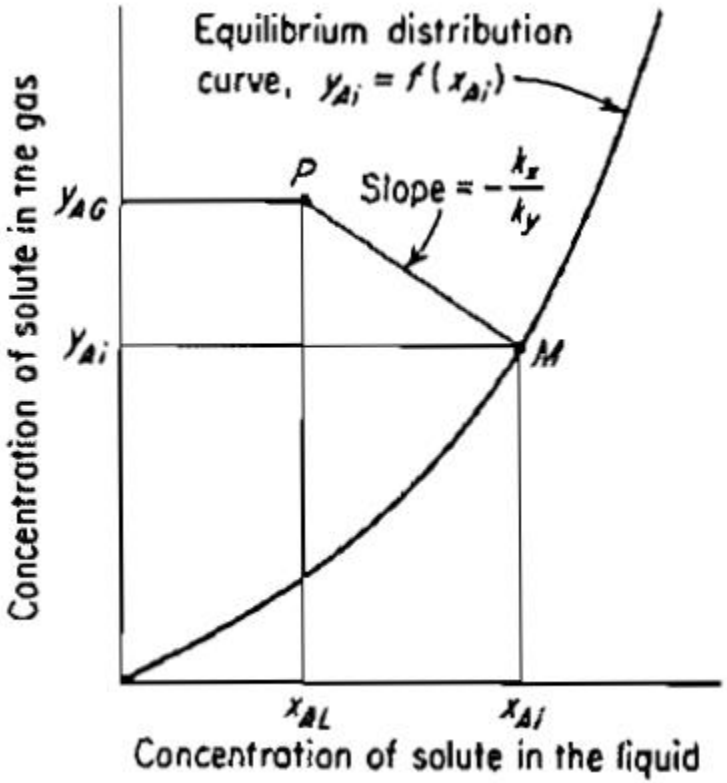
- نفوذ بین فازها

$$N_A = k_y(y_{A,G} - y_{A,i}) = k_x(x_{A,i} - x_{A,L})$$

- $y_{A,G}$: غلظت جز نفوذ کننده در فاز گاز
- $x_{A.,L}$: غلظت جز نفوذ کننده در فاز مایع
- k_x : ضریب انتقال جرم فاز مایع
- k_y : ضریب انتقال جرم فاز گاز
- $y_{A,i}$ و $x_{A,i}$: غلظت های تعادلی

$$N_A = \frac{N_A}{\Sigma N} F_G \ln \frac{N_A/\Sigma N - y_{A,i}}{N_A/\Sigma N - y_{A,G}} = \frac{N_A}{\Sigma N} F_L \ln \frac{N_A/\Sigma N - x_{A,L}}{N_A/\Sigma N - x_{A,i}}$$

منحنی نیرومحرکه

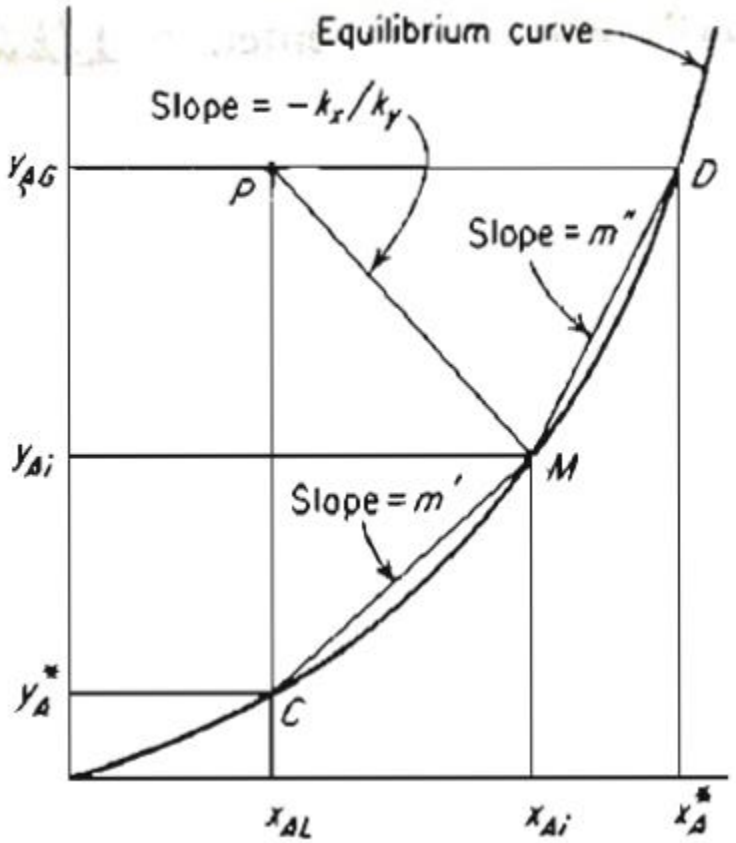


$$\frac{y_{A,G} - y_{A,i}}{x_{A,L} - x_{A,i}} = -\frac{k_x}{k_y}$$

$$\frac{N_A/\Sigma N - y_{A,i}}{N_A/\Sigma N - y_{A,G}} = \left(\frac{N_A/\Sigma N - x_{A,L}}{N_A/\Sigma N - x_{A,i}}\right)^{F_L/F_G}$$

ضریب انتقال جرم کلی

$$y_{A,G} - y_A^* = (y_{A,G} - y_{A,i}) + (y_{A,i} - y_A^*) = (y_{A,G} - y_{A,i}) + m'(x_{A,i} - x_{A,L})$$



$$\frac{N_A}{K_y} = \frac{N_A}{k_y} + \frac{m' N_A}{k_x}$$

$$\boxed{\frac{1}{K_y} = \frac{1}{k_y} + \frac{m'}{k_x}}$$

$$N_A = K_x(x_A^* - x_{A,L})$$

$$\boxed{\frac{1}{K_x} = \frac{1}{m'' k_y} + \frac{1}{k_x}}$$

$$\frac{\text{Resistance in gas phase}}{\text{Total resistance, both phases}} = \frac{1/k_y}{1/K_y}$$

$$\frac{\text{Resistance in liquid phase}}{\text{Total resistance, both phases}} = \frac{1/k_x}{1/K_x}$$

$$N_A = \frac{N_A}{\Sigma N} F_{OG} \ln \frac{N_A/\Sigma N - y_A^*}{N_A/\Sigma N - y_{A,G}} = \frac{N_A}{\Sigma N} F_{OL} \ln \frac{N_A/\Sigma N - x_{A,L}}{N_A/\Sigma N - x_A^*}$$

$$\exp\left[\frac{N_A}{(N_A/\Sigma N)F_{OG}}\right] = \exp\left[\frac{N_A}{(N_A/\Sigma N)F_G}\right] + m' \frac{N_A/\Sigma N - x_{A,L}}{N_A/\Sigma N - y_{A,G}} \left\{1 - \exp\left[-\frac{N_A}{(N_A/\Sigma N)F_L}\right]\right\}$$

$$\exp\left[-\frac{N_A}{(N_A/\Sigma N)F_{OL}}\right] = \frac{1}{m''}\left(\frac{N_A/\Sigma N - y_{A,G}}{N_A/\Sigma N - x_{A,L}}\right)\left\{1 - \exp\left[\frac{N_A}{(N_A/\Sigma N)FdG}\right]\right\} + \exp\left[-\frac{N_A}{(N_A/\Sigma N)F_L}\right]$$

مثال: برج جذب دیواره مرطوب به قطر 1 اینچ برای جذب آمونیاک از هوا به کمک آب مورد استفاده قرار گرفته است. در یک مقطع مشخص از برج کسر مولی آمونیاک در فاز گاز 0/8 و در توده مایع 0/05 می باشد. دما و فشار به ترتیب 26/7 درجه سانتی گراد و فشار 1 اتمسفر می باشد. با توجه به اطلاعات ارائه شده شار انتقال آمونیاک را به دست آورید.

$$k_L = 2.87\times10^{-5}\ \frac{m}{s}$$

$$D_{AB} = 2.297\times10^{-5}\ \frac{m^2}{s}$$

$$Sh_G = 40$$

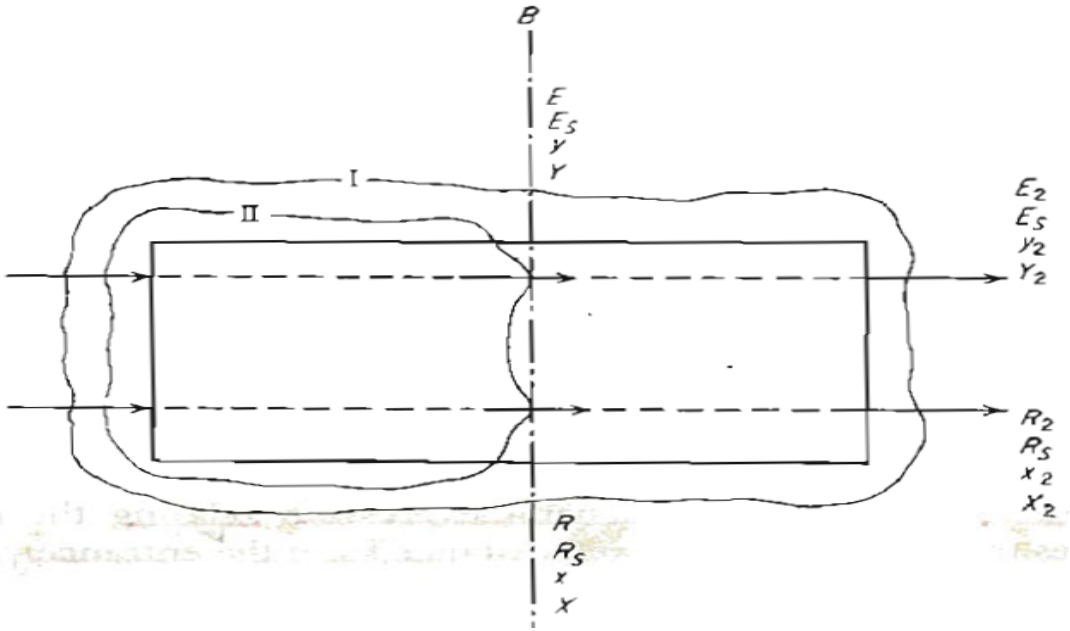
$$F_L = k_L.x_{B,M}C$$

$$C = \frac{\rho}{M} = \frac{1000}{18} = 55.5\frac{kmol}{m^3}$$

NH_3 mole fraction x_A	NH_3 partial pressure, lb_f/in^2	NH_3 partial pressure, $N/m^2 = \bar{p}_A$	$y_A = \frac{\bar{p}_A}{1.0133\times10^5}$
0	0	0	0
0.05	1.04	7 171	0.0707
0.10	1.98	13 652	0.1347
0.25	8.69	59 917	0.591
0.30	13.52	93 220	0.920

x_A	0.05	0.15	0.25	0.30
y_A	0.80	0.780	0.742	0.722

موازنه ماده

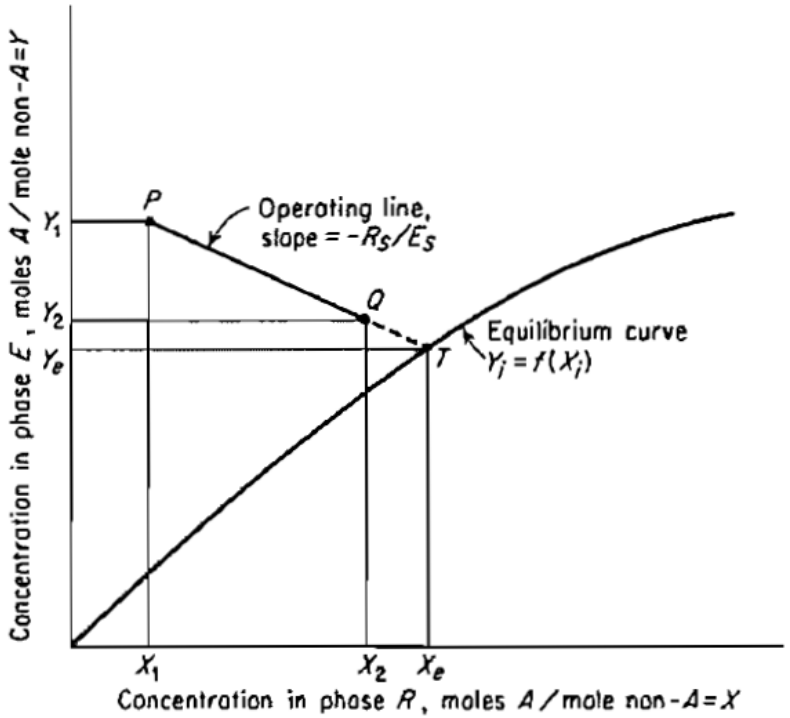


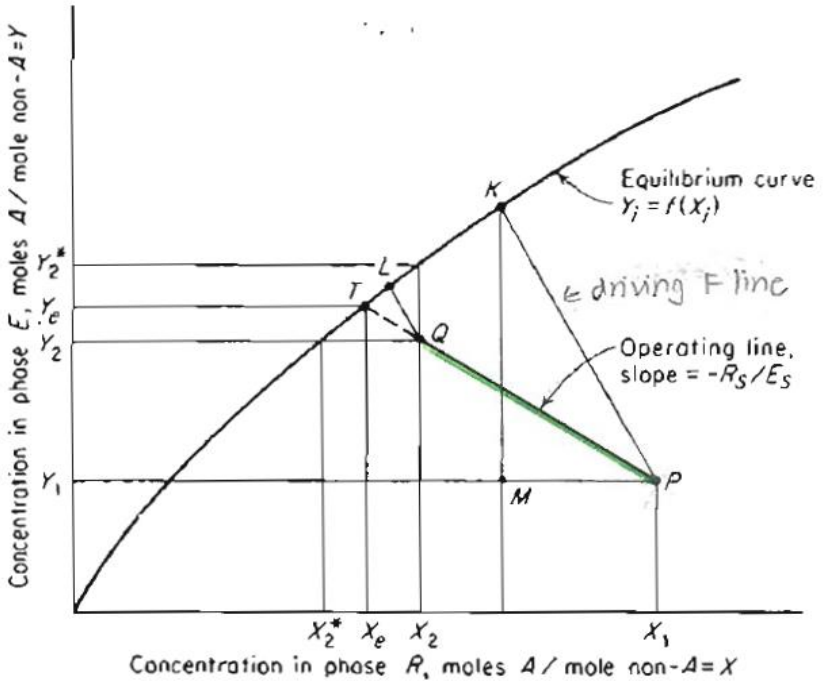
$$R_1x_1 + E_1y_1 = R_2x_2 + E_2y_2$$

$$R_1x_1 - R_2x_2 = E_2y_2 - E_1y_1$$

$$R_1x_1 = R_S\frac{x_1}{1 - x_1} = R_SX_1$$

$$R_S(X_1 - X_2) = E_S(Y_2 - Y_1)$$

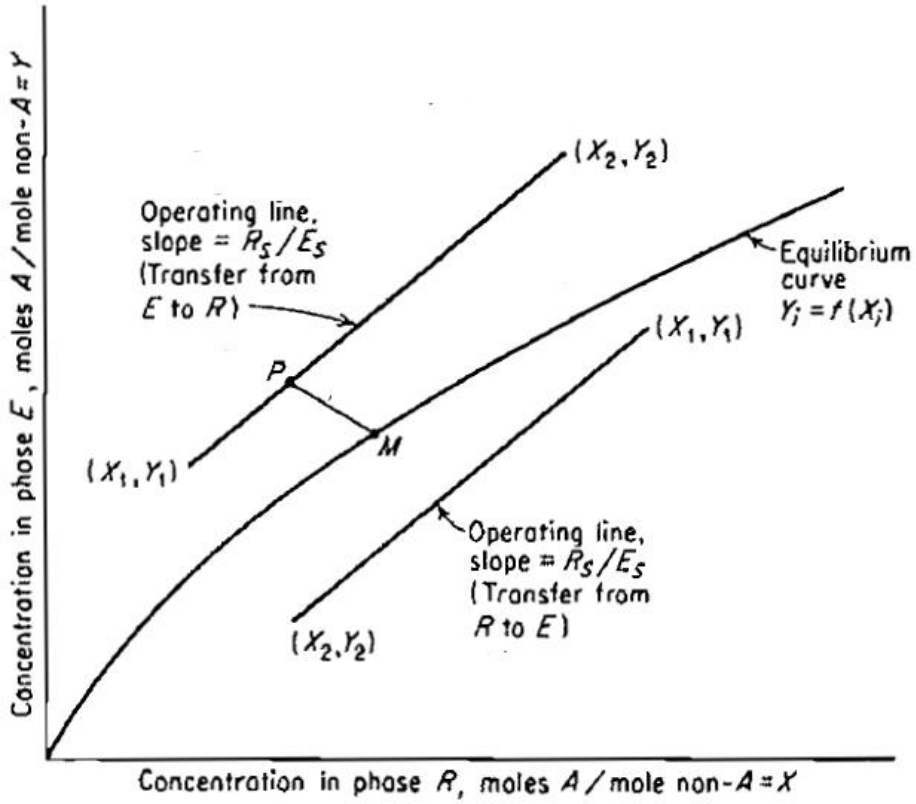


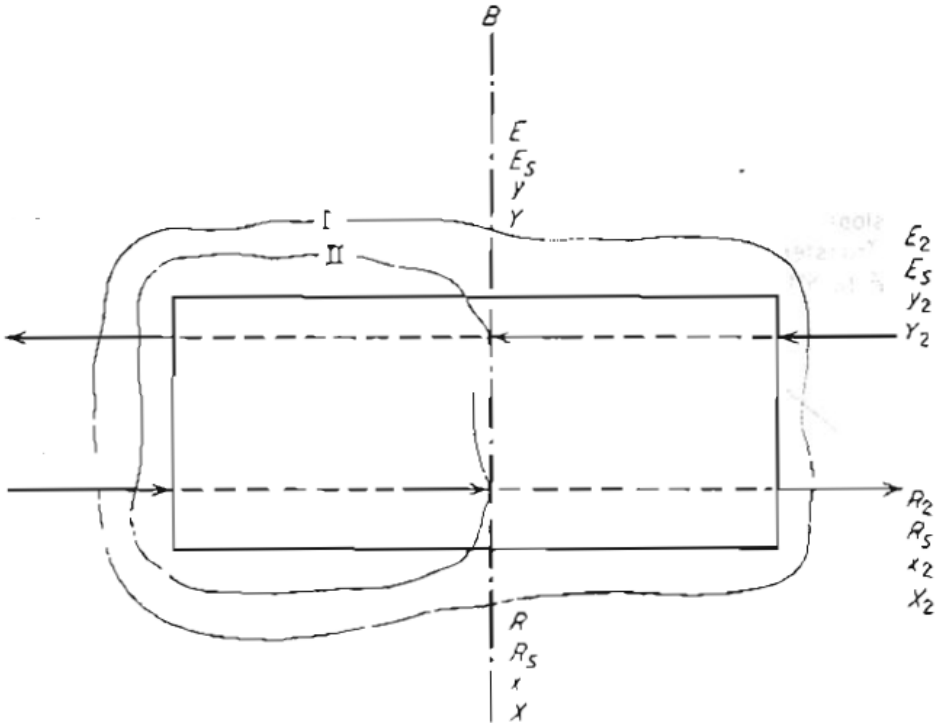


موازنه ماده جریان متقابل

$$E_2 y_2 + R_1 x_1 = E_1 y_1 + R_2 x_2$$

$$R_S(X_1 - X_2) = E_S(Y_1 - Y_2)$$





- مرحله: سیستمی که دو فازنامحلول را برای انتقال جرم در تماس با یکدیگر قرار می دهد. در صورتی که خروجی فازها به تعادل برسند مرحله تعادلی یا ایده آل خواهد بود.

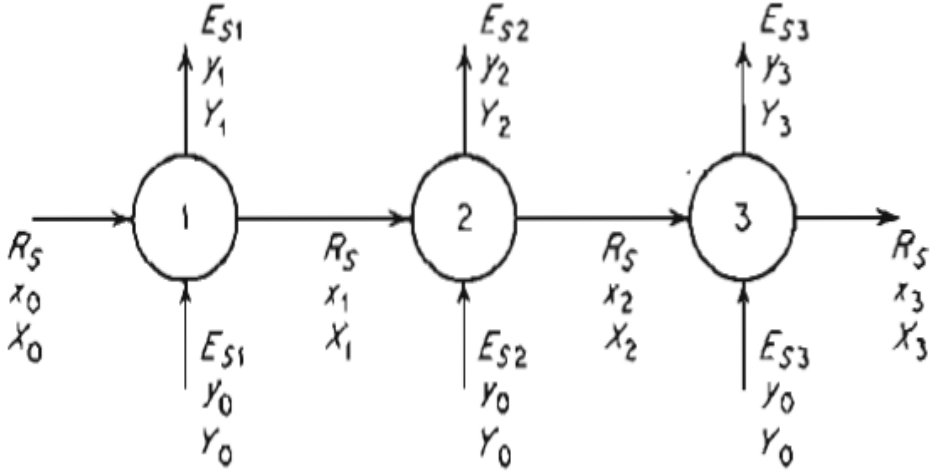
- بازده مرحله: (بازده مورفری)

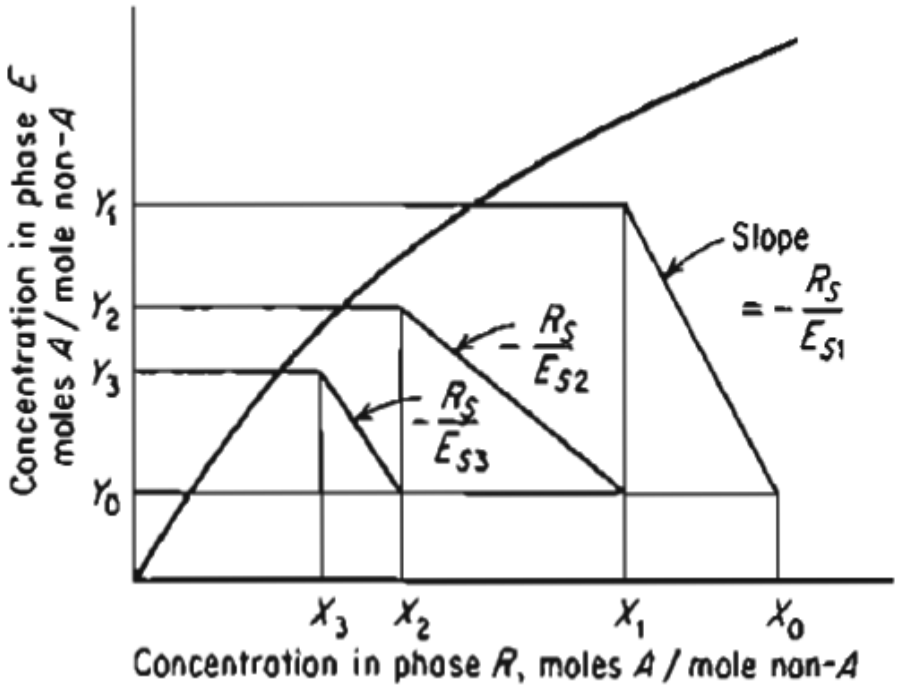
$$\mathbf{E}_{ME} = \frac{Y_2 - Y_1}{Y_2^* - Y_1} \qquad \mathbf{E}_{MR} = \frac{X_1 - X_2}{X_1 - X_2^*}$$

$$\mathbf{E}_{ME} = \frac{\mathbf{E}_{MR}}{\mathbf{E}_{MR}(1 - S) + S} = \frac{\mathbf{E}_{MR}}{\mathbf{E}_{MR}(1 - 1/A) + 1/A}$$

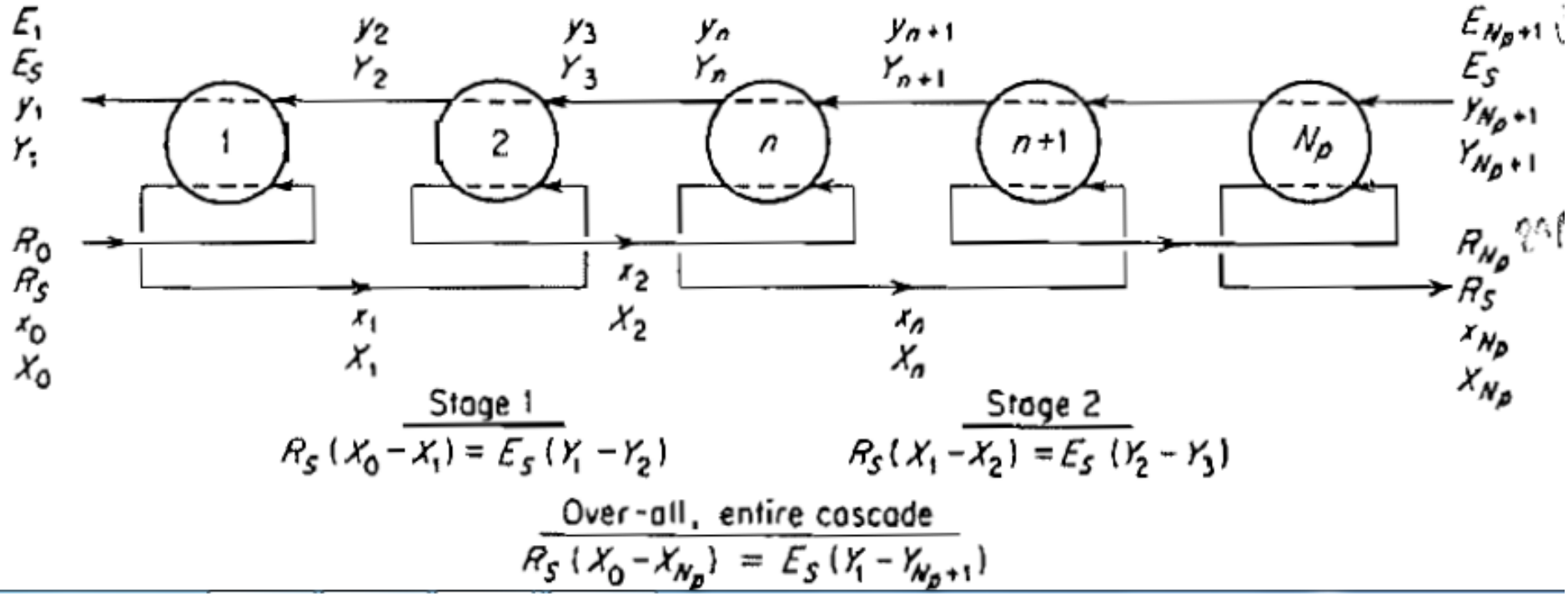
سیستم چند مرحله ای: جریان متقاطع، جریان متقابل

- جریان متقاطع

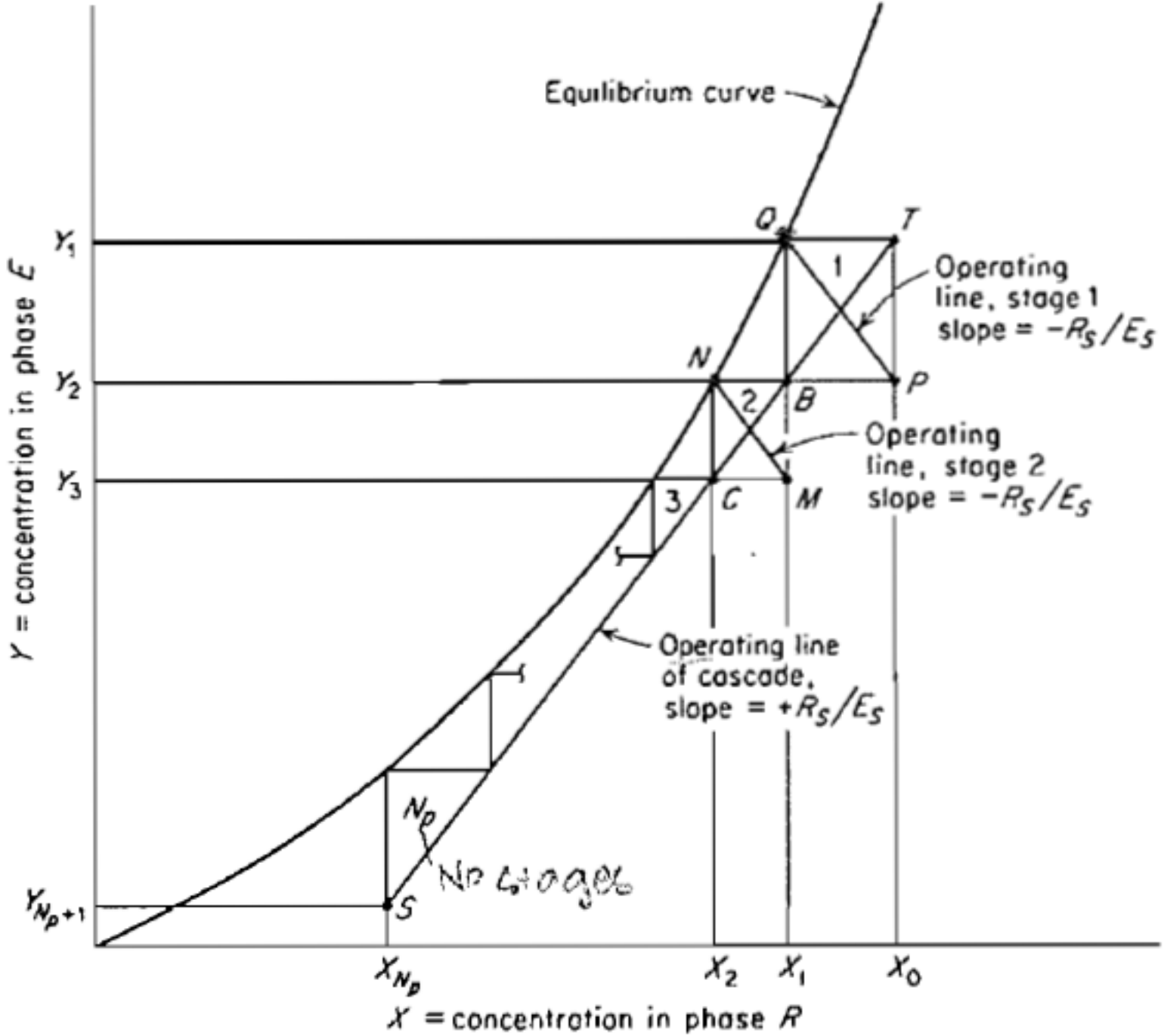




سیستم چند مرحله ای جریان متقابل



$$\frac{Y_1 - Y_{N_P+1}}{X_0 - X_{N_P}} = \frac{R_S}{E_S}$$


Equilibrium curve
Q
T
Y_1
1
Operating line, stage 1 slope = $-R_S/E_S$
N
Y_2
2
B
P
Operating line, stage 2 slope = $-R_S/E_S$
Y_3
3
C
M
Operating line of cascade, slope = $+R_S/E_S$
N_p
Y_{N_p+1}
S
X_{N_p}
X_2
X_1
X_0
Y = concentration in phase E
X = concentration in phase R

معادلات کرمسر-براون-سودرز

- الف) فرایند انتقال از فاز سبک به سنگین (جذب)

$A \neq 1$:

$$\frac{Y_{N_p+1} - Y_1}{Y_{N_p+1} - mX_0} = \frac{A^{N_p+1} - A}{A^{N_p+1} - 1}$$

$$A = \frac{R_s}{mE_s}, \quad S = \frac{1}{A}$$

$$N_p = \frac{\log\left[\dfrac{Y_{N_p+1} - mX_0}{Y_1 - mX_0}\left(1 - \dfrac{1}{A}\right) + \dfrac{1}{A}\right]}{\log A}$$

$A = 1$:

$$\frac{Y_{N_p+1} - Y_1}{Y_{N_p+1} - mX_0} = \frac{N_p}{N_p + 1}$$

$$N_p = \frac{Y_{N_p+1} - Y_1}{Y_1 - mX_0}$$

معادلات کرمسر-براون-سودرز

- الف) فرایند انتقال از فاز سنگین به سبک (دفع)

$A \neq 1$:

$$\frac{X_0 - X_{N_p}}{X_0 - Y_{N_p+1}/m} = \frac{(1/A)^{N_p+1} - 1/A}{(1/A)^{N_p+1} - 1}$$

$$N_p = \frac{\log\left[\dfrac{X_0 - Y_{N_p+1}/m}{X_{N_p} - Y_{N_p+1}/m}(1 - A) + A\right]}{\log 1/A}$$

$A = 1$:

$$\frac{X_0 - X_{N_p}}{X_0 - Y_{N_p+1}/m} = \frac{N_p}{N_p + 1}$$

$$N_p = \frac{X_0 - X_{N_p}}{X_{N_p} - Y_{N_p+1}/m}$$

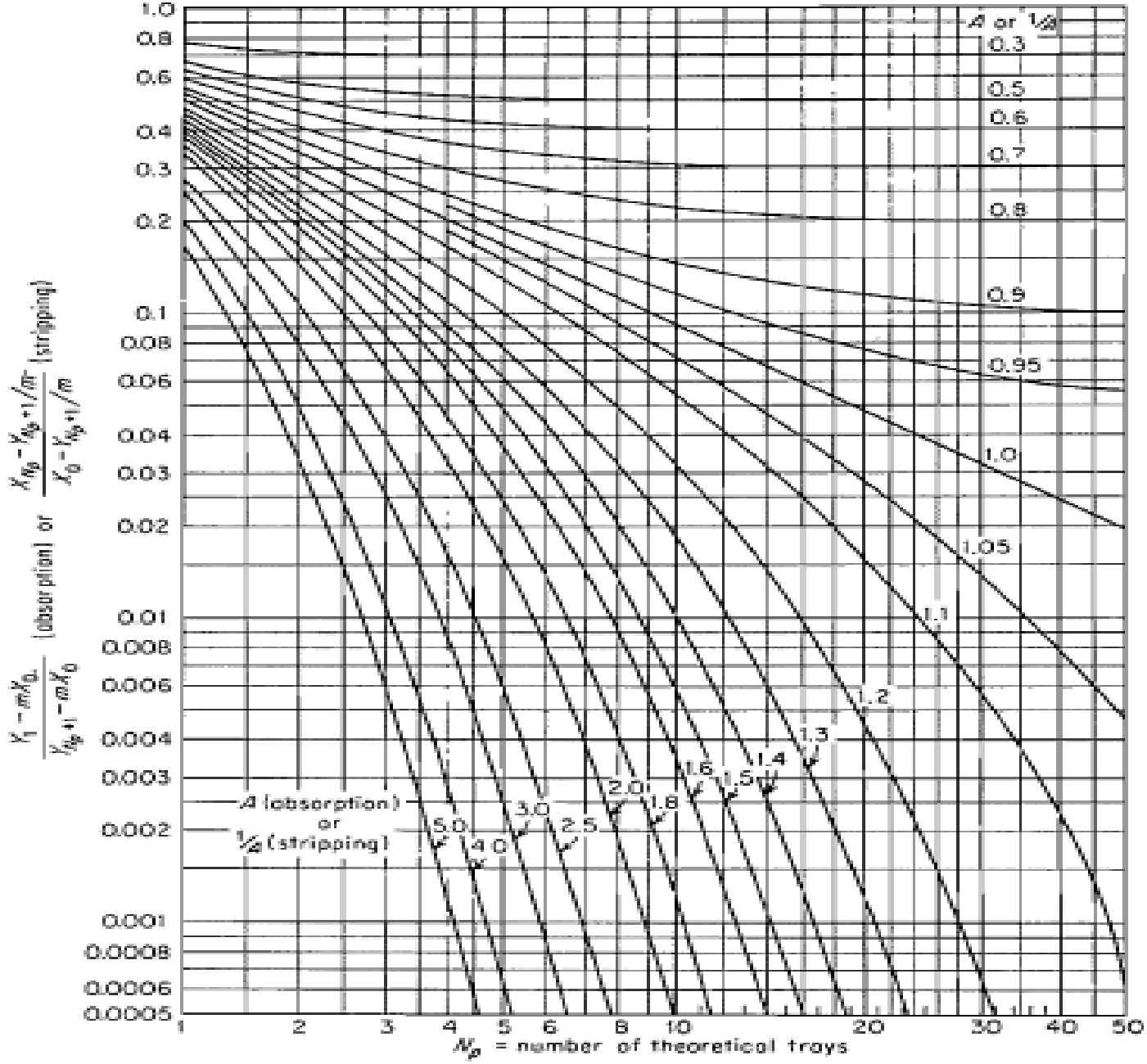
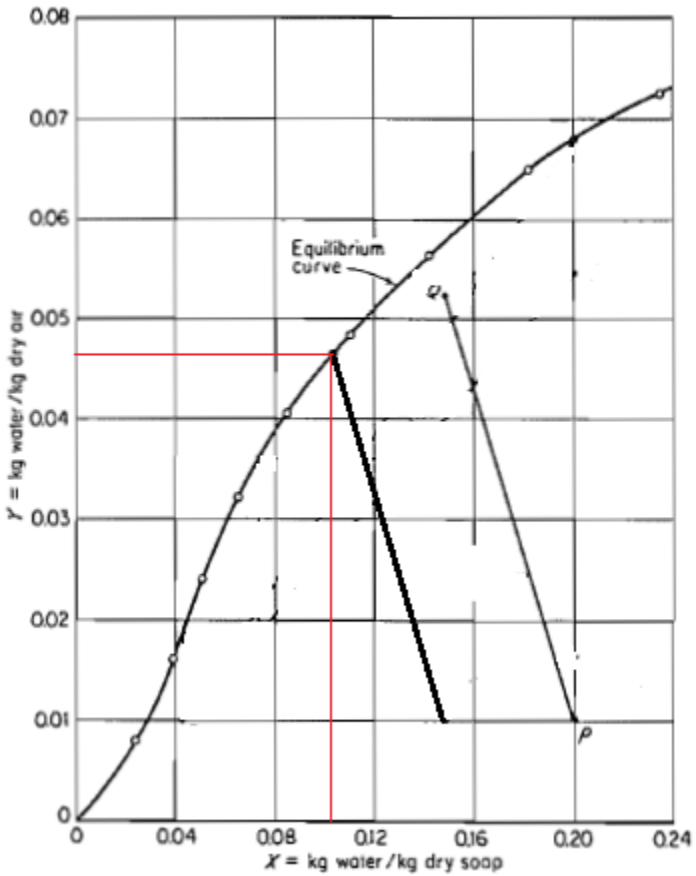
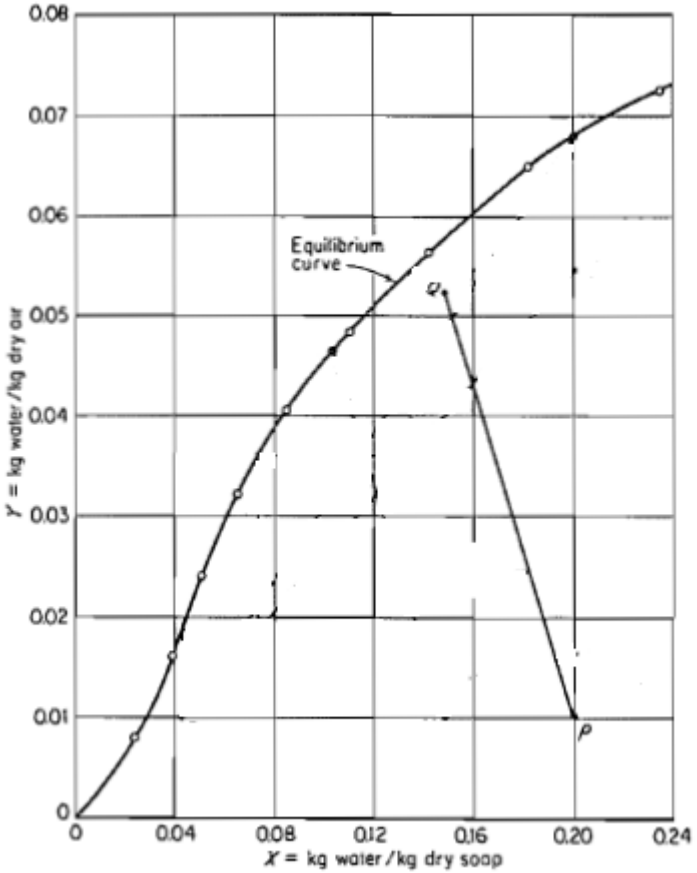


Figure 5.16 Number of theoretical stages for countercurrent cascades, with Henry's law equilibrium and constant absorption or stripping factors. [*After Hachmuth and Vance, Chem. Eng. Prog.*, **48**, *523, 570, 617 (1952).*]

مثال: یک نمونه صابون مرطوب درتماس با هوا در دمای 75 درجه سانتی گراد و فشار 1 اتمسفر قرار می گیرد. داده های تعادلی به قرار زیر است: الف) ده کیلوگرم صابون مرطوب حاوی 16/7 درصد وزنی رطوبت در ظرفی حاوی 10 متر مکعب هوا (فشار جزئی رطوبت در هوا 12 mm-Hg) قرار می گیرد تا رطوبت آن به 13 درصد می رسد. سپس هوای داخل ظرف تخلیه و با همان میزان هوای تازه جایگزین می شود. صابون در مخزن باقی می ماند تا به حالت تعادل برسد. رطوبت نهایی صابون چقدر است؟

Wt % moisture in soap	0	2.40	3.76	4.76	6.10	7.83	9.90	12.63	15.40	19.02
Partial pressure water in air, mmHg	0	9.66	19.20	28.4	37.2	46.4	55.0	63.2	71.9	79.5


0.08
0.07
0.06
0.05
0.04
0.03
0.02
0.01
0
Y = kg water / kg dry air
Equilibrium curve
Q
P
0
0.04
0.08
0.12
0.16
0.20
0.24
X = kg water / kg dry soap

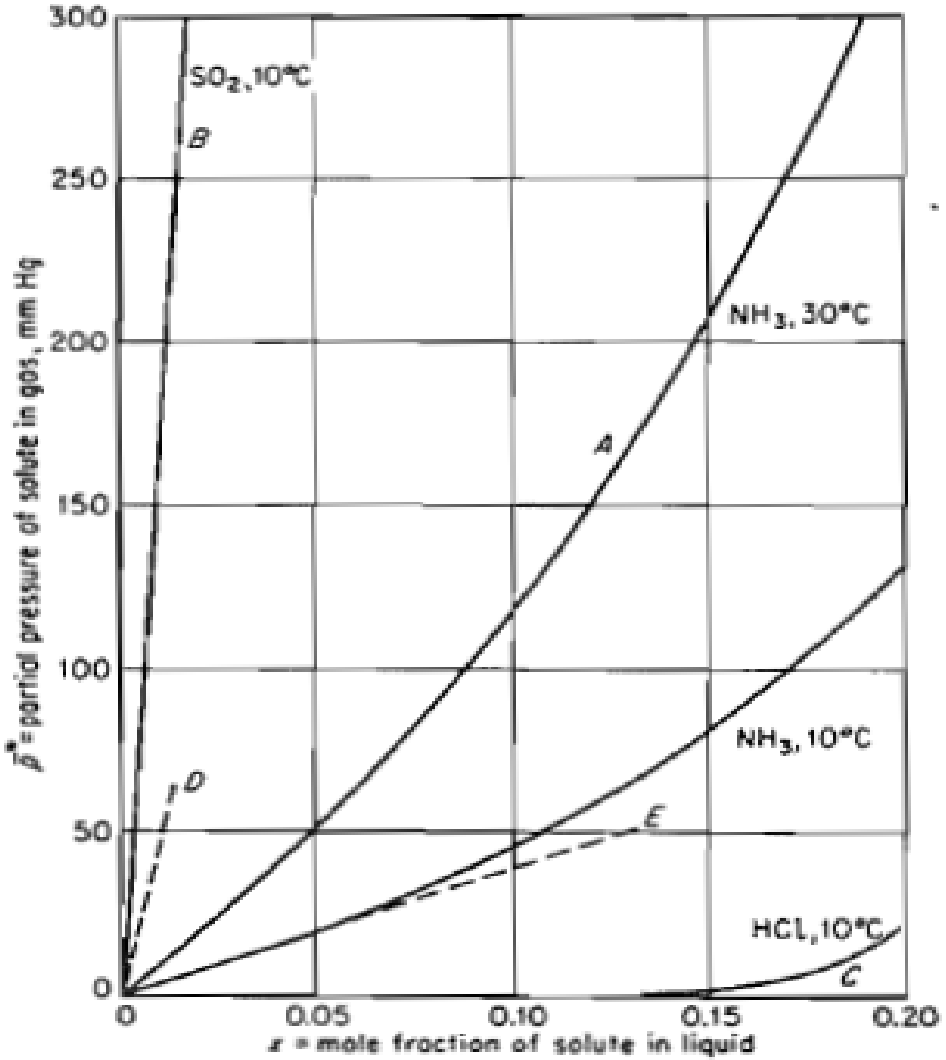

0.08
0.07
0.06
0.05
0.04
0.03
0.02
0.01
0
Y = kg water / kg dry air
Equilibrium curve
Q
P
0
0.04
0.08
0.12
0.16
0.20
0.24
X = kg water / kg dry soap

تمرین: قسمت ب سوال قبل: برای کاهش رطوبت صابون از 16/7 به 4 درصد از سیستم چند مرحله ای جریان متقابل استفاده می شود. شرایط هوا مشابه مثال قبل است. برای کاهش رطوبت یک کیلوگرم از صابون مذکور میزان هوای لازم در صورتی که میزان آن 1/5 برابر مقدار مینیمم باشد.

فصل هشتم انتقال جرم: فرایند جذب گاز

- فرایند جذب گاز: انتقال نفوذ کننده از فاز گاز به مایع
- فرایند دفع گاز: انتقال نفوذ کننده از فاز مایع به گاز

منحنی تعادل


300
250
200
150
100
50
0
p^* = partial pressure of solute in gas, mm Hg
SO_2, 10°C
B
NH_3, 30°C
A
NH_3, 10°C
E
D
HCl, 10°C
C
0
0.05
0.10
0.15
0.20
x = mole fraction of solute in liquid

منحنی تعادل

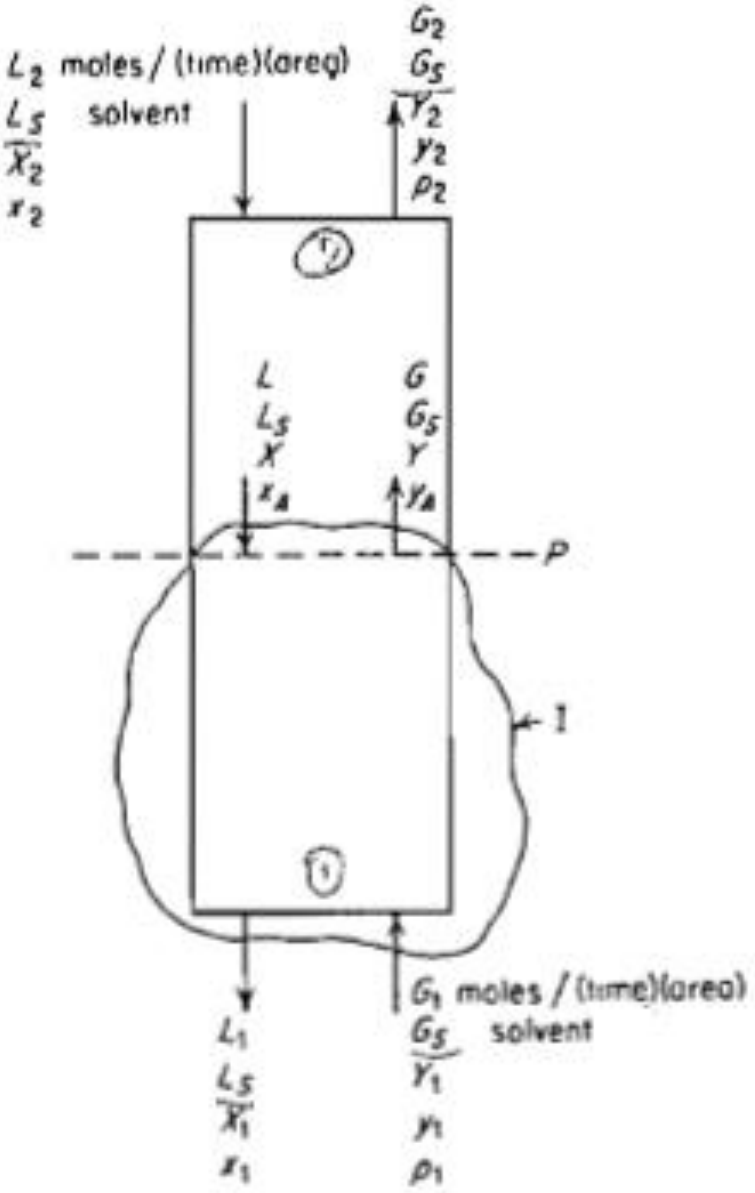
- محلول ایده آل:
  - پس از اختلاط تغییری در نیروهای بین مولکولی به وجود نمی آید.
  - گرمای اختلاط صفر است
  - فشار بخار محلول رابطه خطی با کسر مولی اجزا دارد.

- قانون رائولت $y_i . p_t = x_i . p^* \Rightarrow y_i = \frac{p^*}{p_t} x_i$

- محلول رقیق $y_i = m x_i$

ویژگی حلال در فرایند جذب

- انحلال پذیری گاز
- فراریت
- خورندگی
- در دسترس بودن و قیمت
- ویسکوزیته
- سمیت، اشتعال پذیری

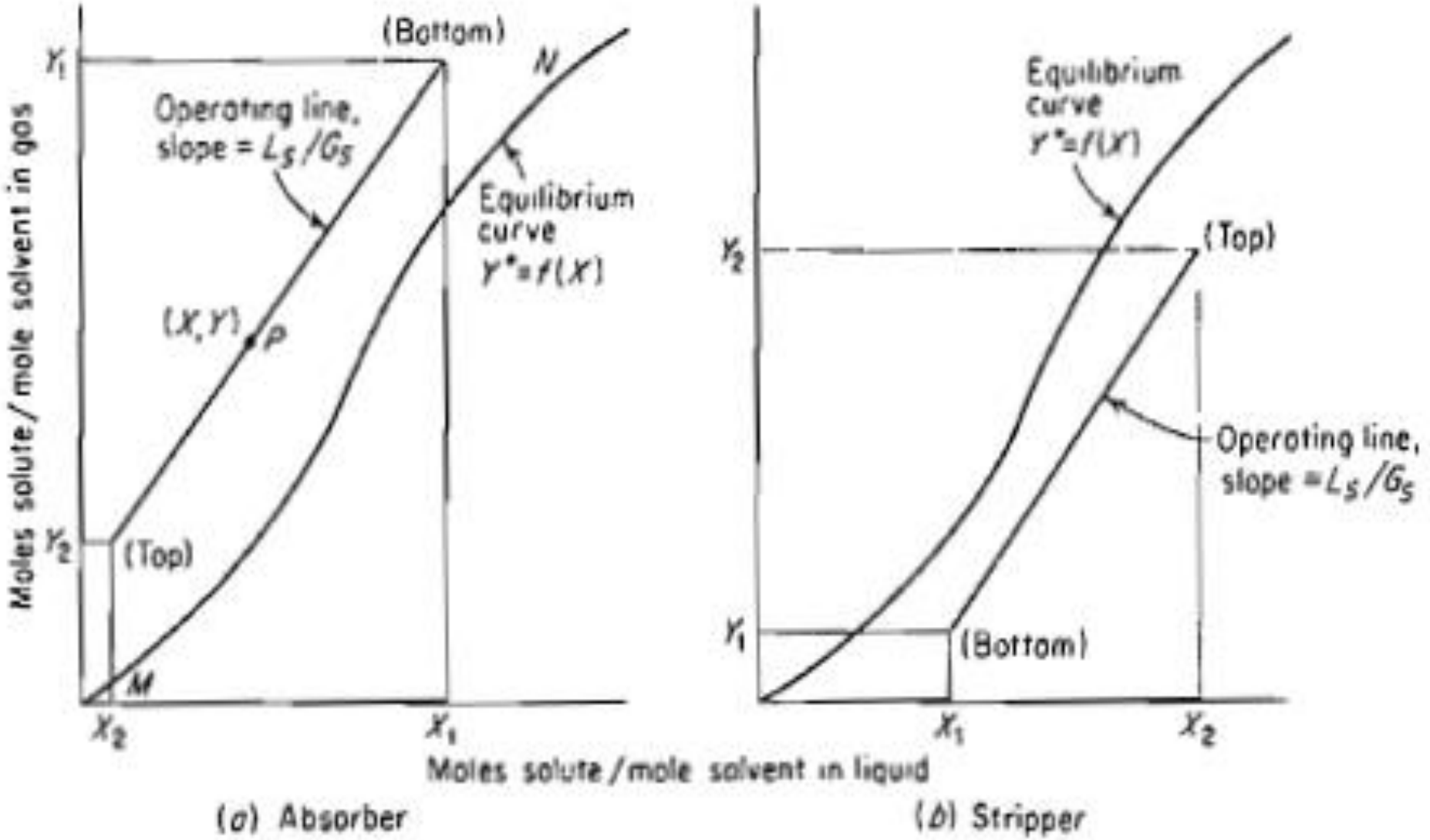


$$Y = \frac{y}{1 - y} = \frac{\bar{p}}{p_t - \bar{p}}$$

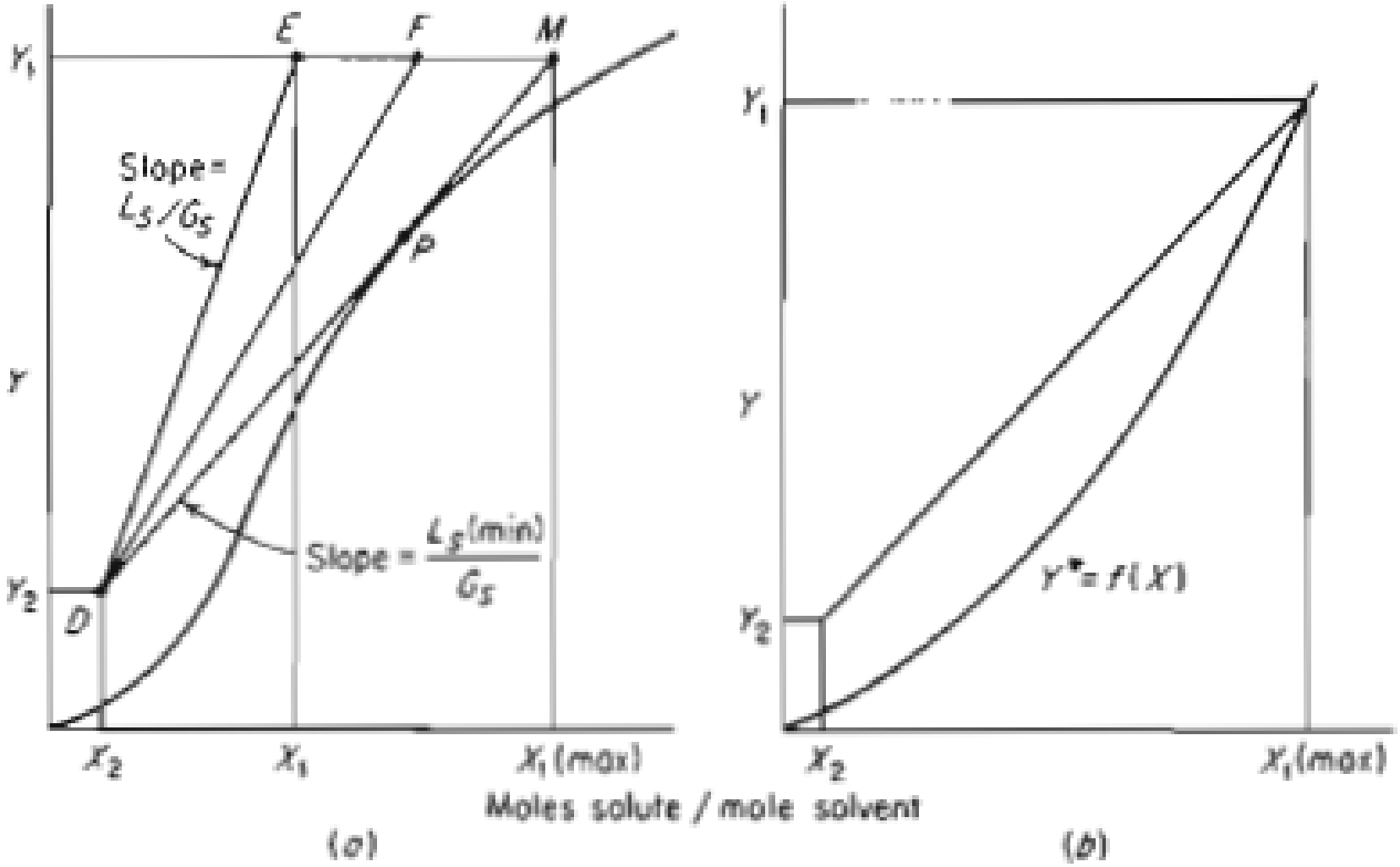
$$G_S = G(1 - y) = \frac{G}{1 + Y}$$

$$X = \frac{x}{1 - x}$$

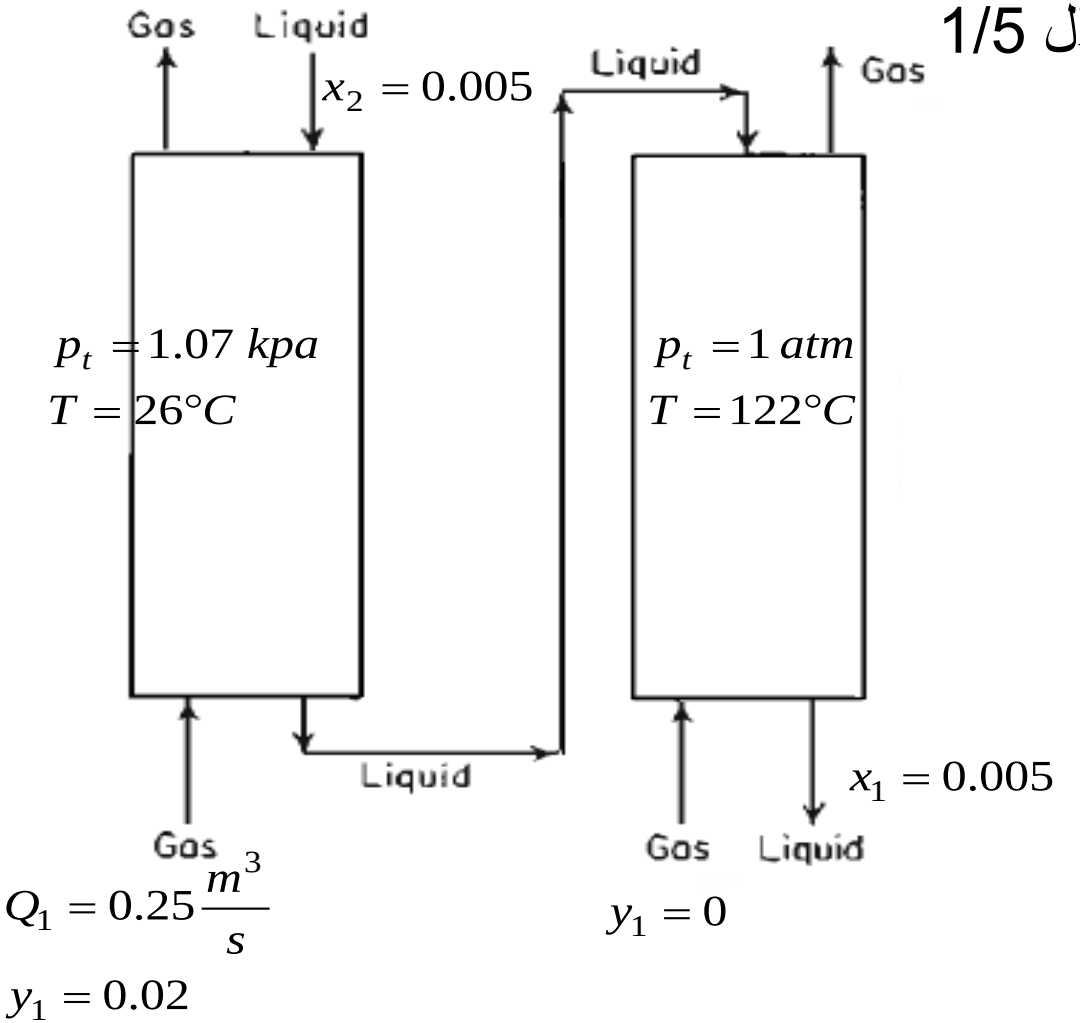
$$L_S = L(1 - x) = \frac{L}{1 + X}$$


(Bottom)
Y_1
N
Operating line, slope = L_S/G_S
Equilibrium curve $Y^* = f(X)$
(X, Y)
P
Y_2
(Top)
M
X_2
X_1
Moles solute / mole solvent in gas
Moles solute / mole solvent in liquid
(a) Absorber
Equilibrium curve $Y^* = f(X)$
(Top)
Y_2
Operating line, slope = L_S/G_S
Y_1
(Bottom)
X_1
X_2
(b) Stripper

تعیین دبی حداقل برای حلال



مثال: برای حذف 95 درصد بنزن موجود در گاز کک از روغن سبک به عنوان حلال در برج جذب استفاده می شود. برای احیا حلال مذکور برج دفع در کنار برج جذب قرار گرفته و از بخار اب برای احیا حلال استفاده می شود. شرایط برج جذب و برج احیا حلال به قرار زیر است. مطلوبست تعیین دبی حلال و بخار آب در صورتی که میزان گردش حلال 1/5



$$p^*\big|_{@26°C} = 0.1333kpa$$

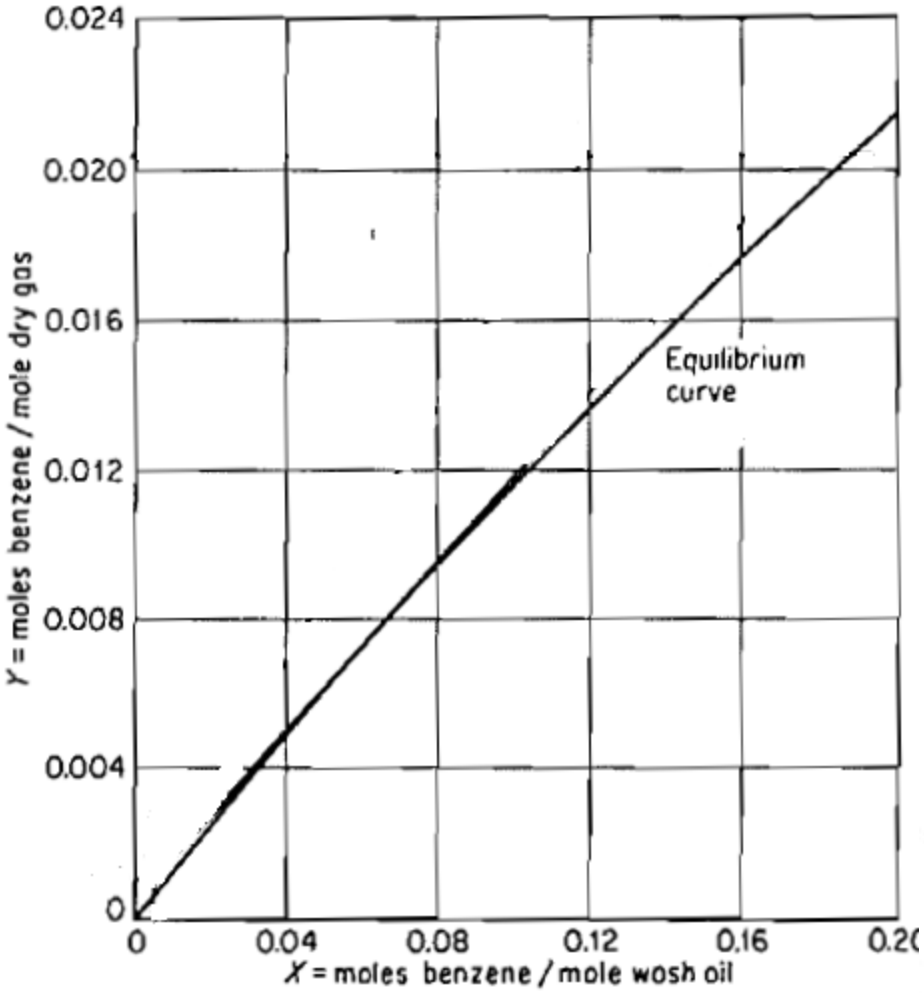
$$p^*\big|_{@122°C} = 319.9kpa$$

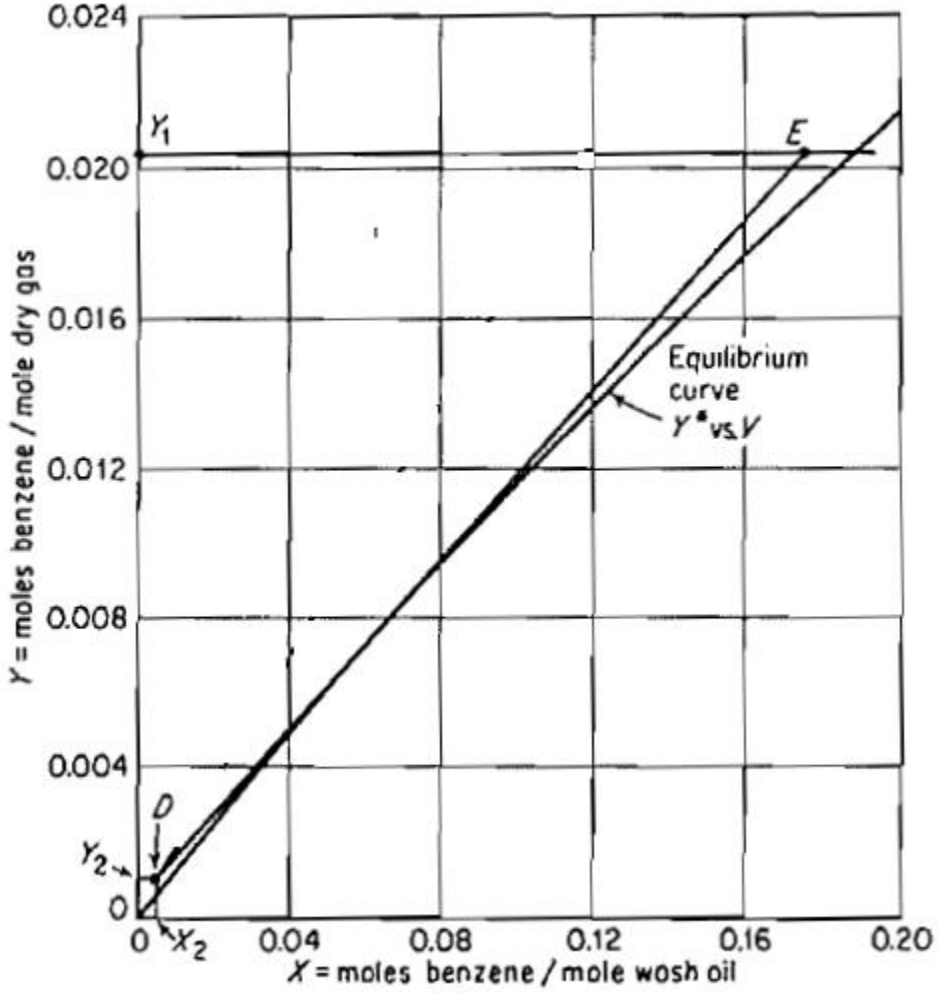
حل:

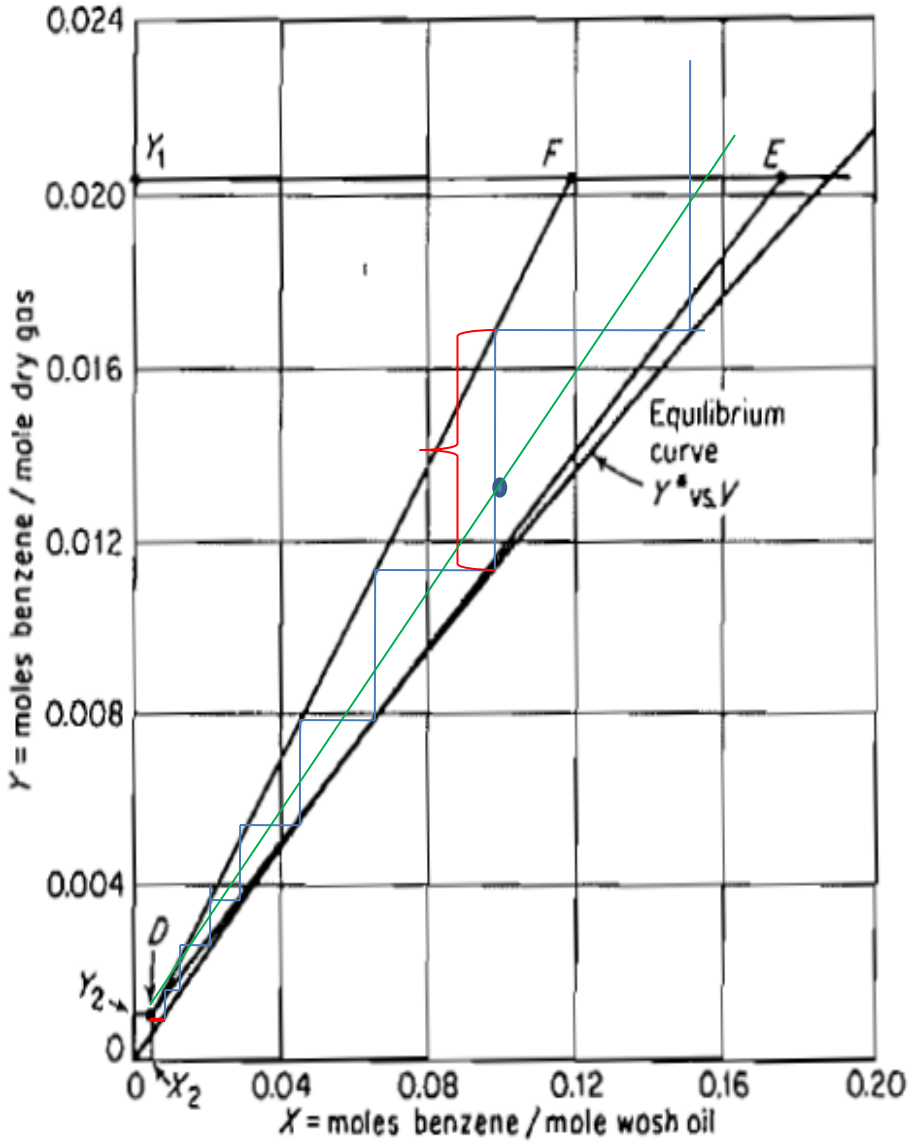
محاسبات برج جذب

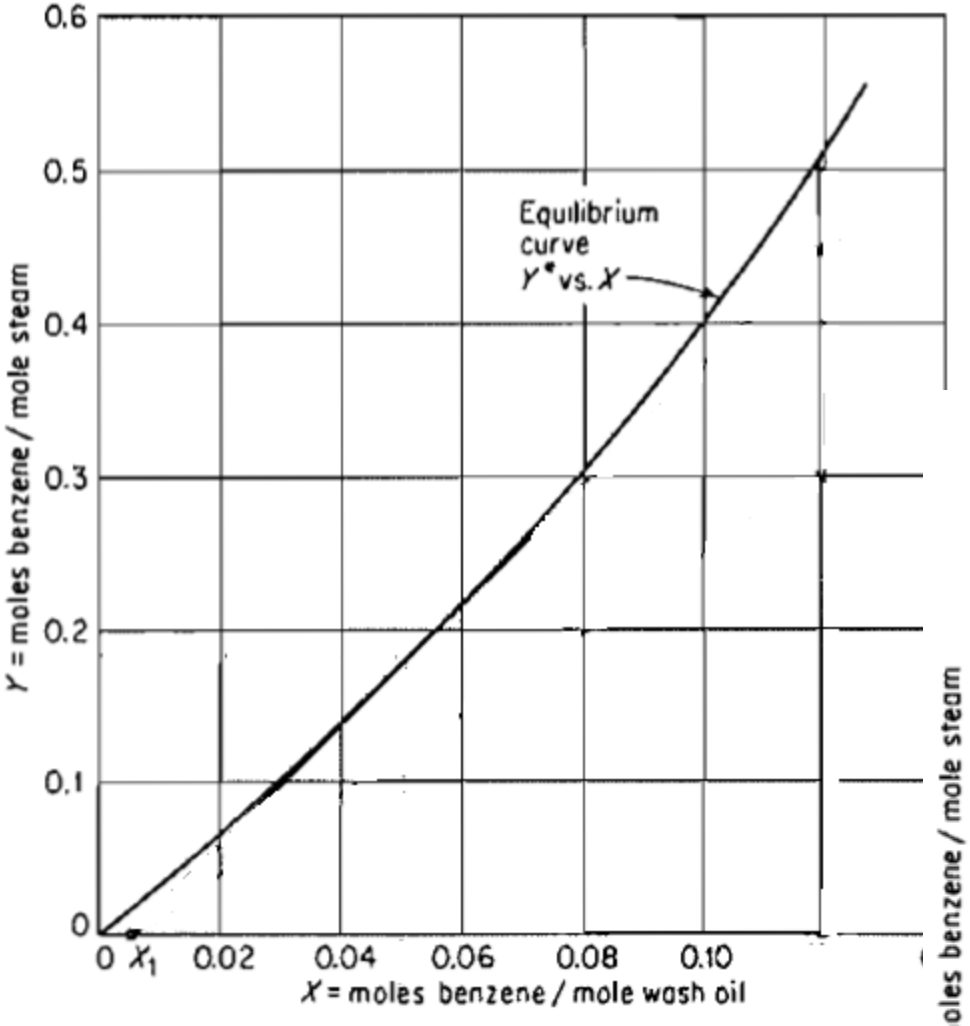
$$y = \frac{p^*}{p_t}x \Rightarrow y = \frac{0.1333}{1.07}x$$

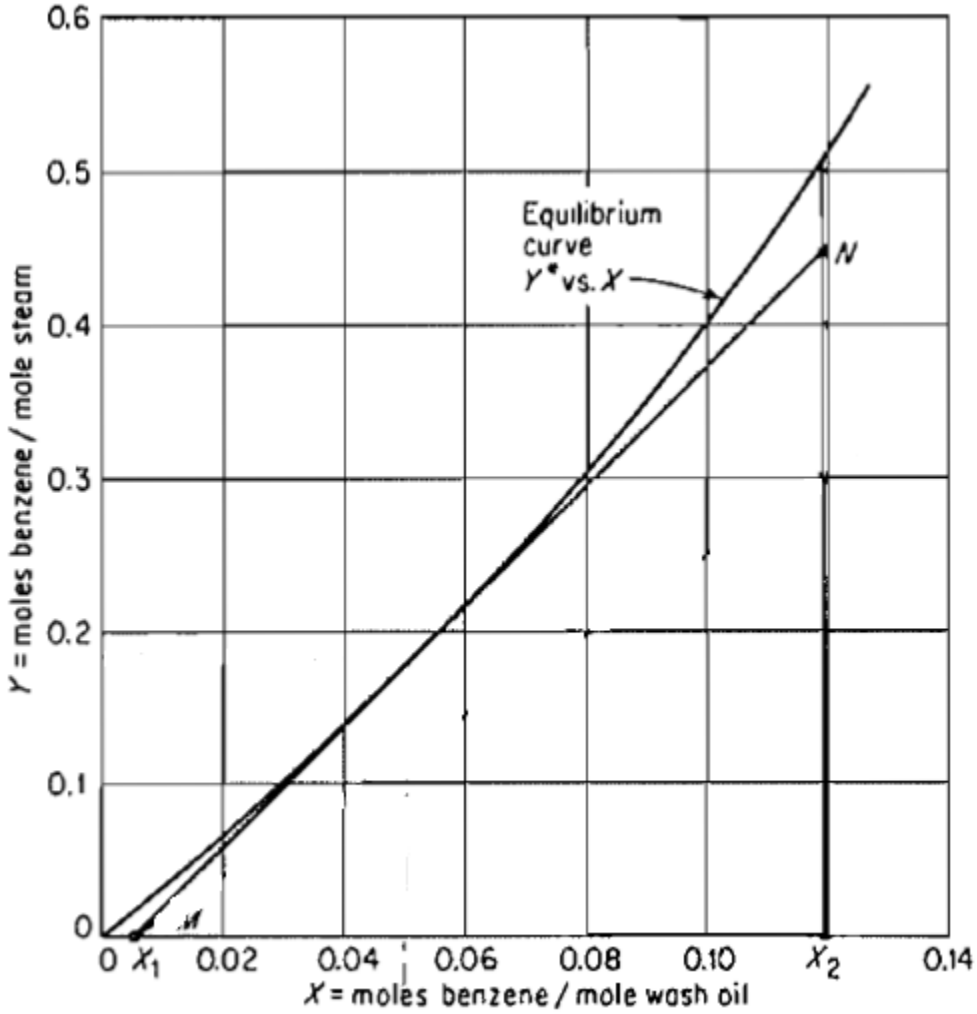
$$\frac{Y}{Y+1} = 0.125\frac{X}{X+1}$$

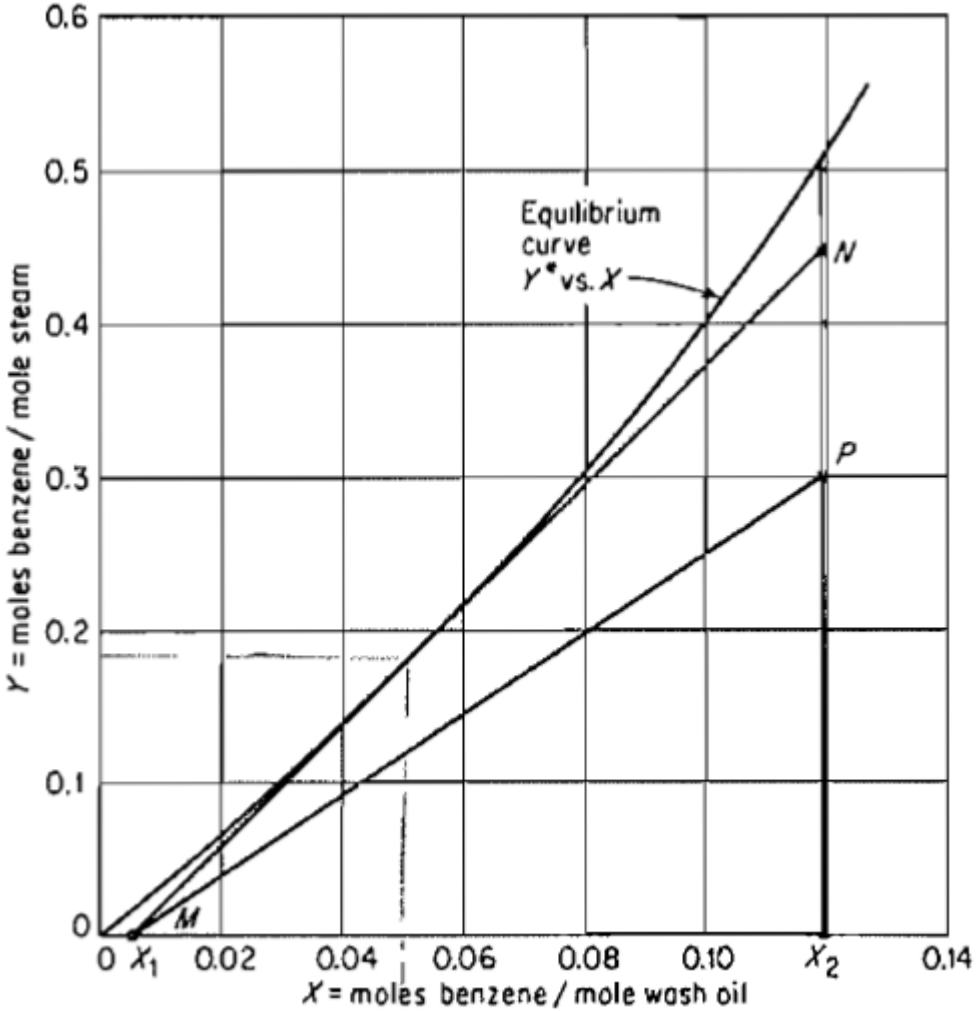

0.024
0.020
0.016
0.012
0.008
0.004
0
Y = moles benzene / mole dry gas
Equilibrium curve
0
0.04
0.08
0.12
0.16
0.20
X = moles benzene / mole wash oil


0.024
0.020
0.016
0.012
0.008
0.004
0
Y = moles benzene / mole dry gas
Y_1
E
Equilibrium curve
Y^* vs. X
D
Y_2
X_2
0
0.04
0.08
0.12
0.16
0.20
X = moles benzene / mole wash oil

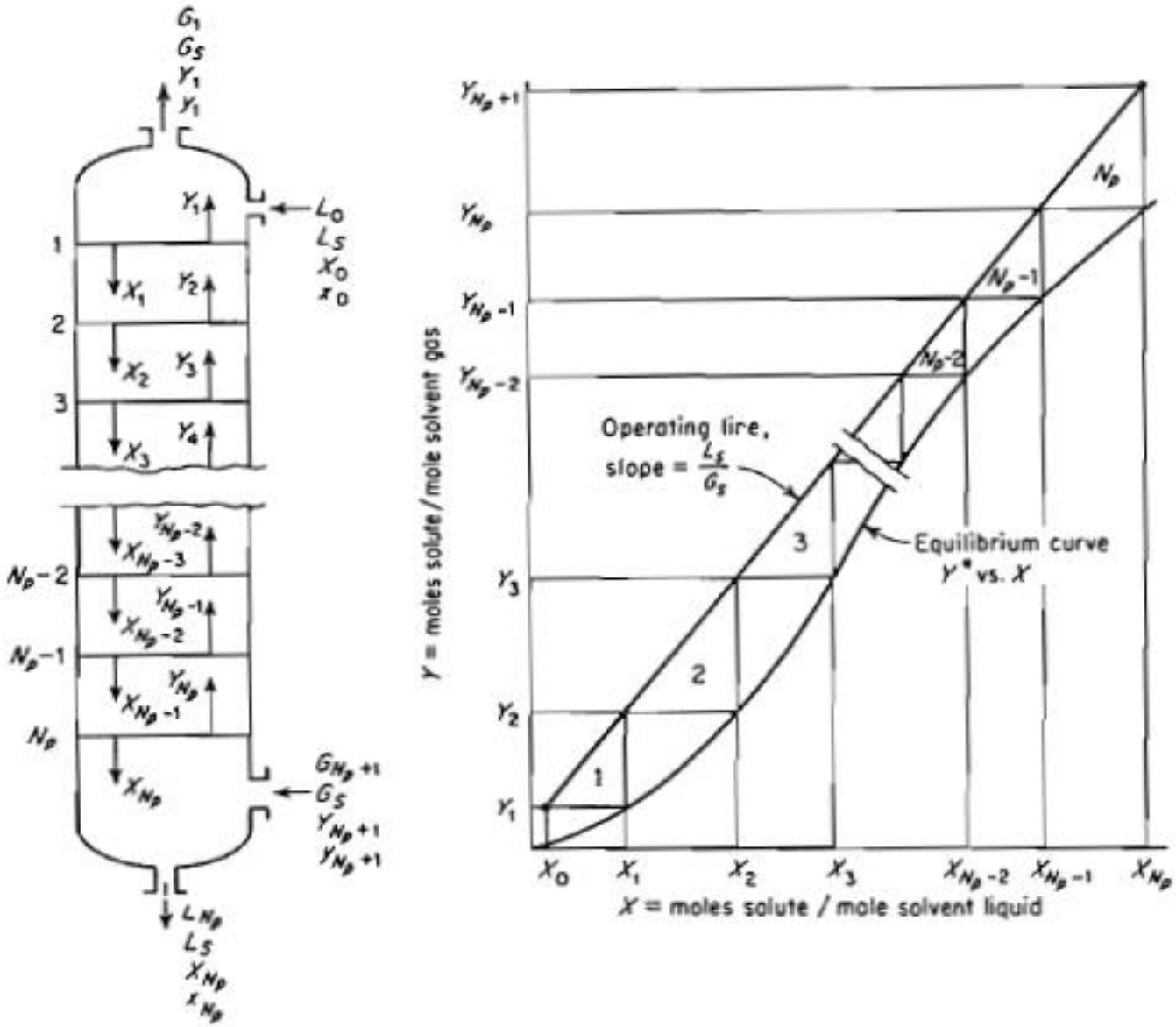

0.024
0.020
0.016
0.012
0.008
0.004
0
Y = moles benzene / mole dry gas
Y1
F
E
Equilibrium
curve
Y* vs. X
D
Y2
0
X2
0.04
0.08
0.12
0.16
0.20
X = moles benzene / mole wash oil


0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0
Equilibrium
curve
Y* vs. X
Y = moles benzene / mole steam
0 X1 0.02 0.04 0.06 0.08 0.10
X = moles benzene / mole wash oil


0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0
Equilibrium
curve
Y* vs. X
N
M
Y = moles benzene / mole steam
0 X1 0.02 0.04 0.06 0.08 0.10 X2 0.14
X = moles benzene / mole wash oil


0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0
Y = moles benzene / mole steam
Equilibrium
curve
Y* vs. X
N
P
M
0
X1
0.02
0.04
0.06
0.08
0.10
X2
0.14
X = moles benzene / mole wash oil

برج سینی دار


Operating line, slope = $\frac{L_S}{G_S}$
Equilibrium curve Y^* vs. X
Y = moles solute / mole solvent gas
X = moles solute / mole solvent liquid

تقریب مخلوط های رقیق گاز برای تعیین تعداد سینی های تئوری

- در مخلوط های رقیق گاز و مایع برای منحنی تعادل قانون هنری برقرار است. از طرفی اگر مقدار جذب گاز اندک باشد شدت جریان گاز و مایع از بالا تا پایین برج تقریباً ثابت خواهد ماند.

$$L \approx L_{N_P} \approx L_0$$

$$G \approx G_{N_P+1} \approx G_1$$

بنابراین اگر منحنی عامل بر حسب x و y رسم شود خطی خواهد بود. در این حالت می توان از معادلات کرمسر استفاده کرد. البته معمولاً در برج جذب مقدار A در بالا و پایین برج و در برج دفع مقدار S در بالا و پایین برج محاسبه می گردد. اگر تفاوت دو مقدار ناچیز و قابل اغماض باشد می توان از متوسط هندسی بالا و پایین برج در معادله کرمسر استفاده کرد.

معادلات کرمسر برای فرایند جذب و دفع گاز

Absorption:

$$\frac{y_{N_p+1} - y_1}{y_{N_p+1} - mx_0} = \frac{A^{N_p+1} - A}{A^{N_p+1} - 1}$$

$$N_p = \frac{\log\left[\frac{y_{N_p+1} - mx_0}{y_1 - mx_0}\left(1 - \frac{1}{A}\right) + \frac{1}{A}\right]}{\log A}$$

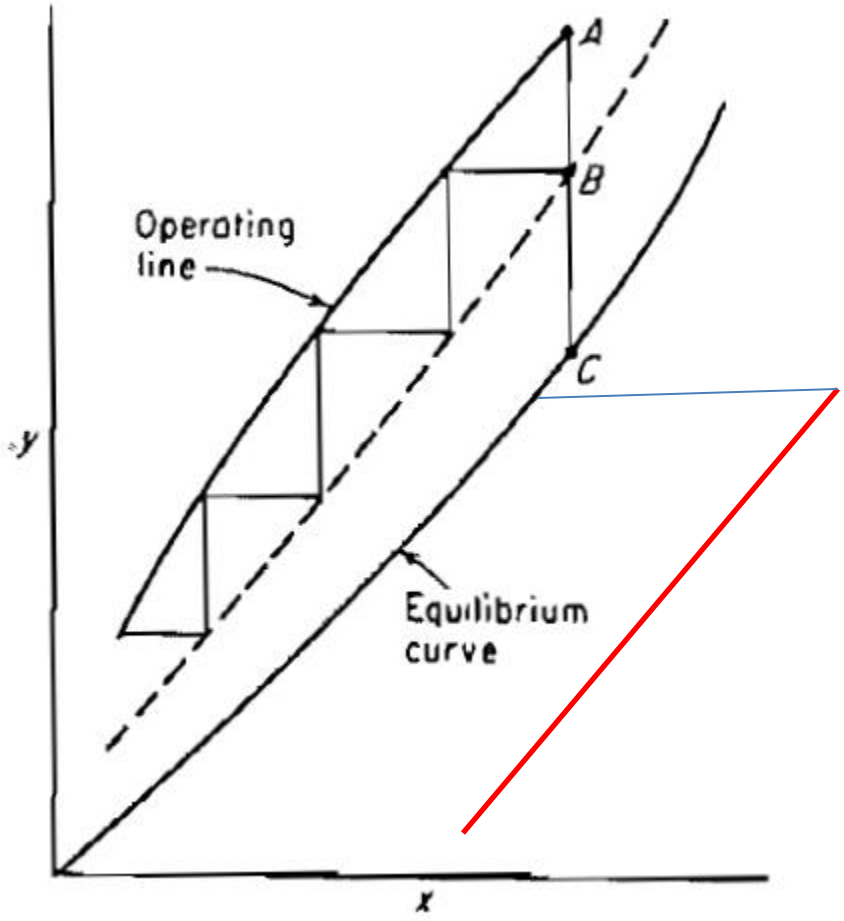
Stripping:

$$\frac{x_0 - x_{N_p}}{x_0 - y_{N_p+1}/m} = \frac{S^{N_p+1} - S}{S^{N_p+1} - 1}$$

$$N_p = \frac{\log\left[\frac{x_0 - y_{N_p+1}/m}{x_{N_p} - y_{N_p+1}/m}\left(1 - \frac{1}{S}\right) + \frac{1}{S}\right]}{\log S}$$

where $A = L/mG$, and $S = mG/L$.

سینی های حقیقی و تعیین آن به کمک بازده سینی



$$E_{MGE} = \frac{AB}{AC}$$

$$\mathbf{E}_O = \frac{\text{equilibrium trays}}{\text{real trays}} = \frac{\log\left[1 + \mathbf{E}_{MGE}(1/A - 1)\right]}{\log(1/A)}$$

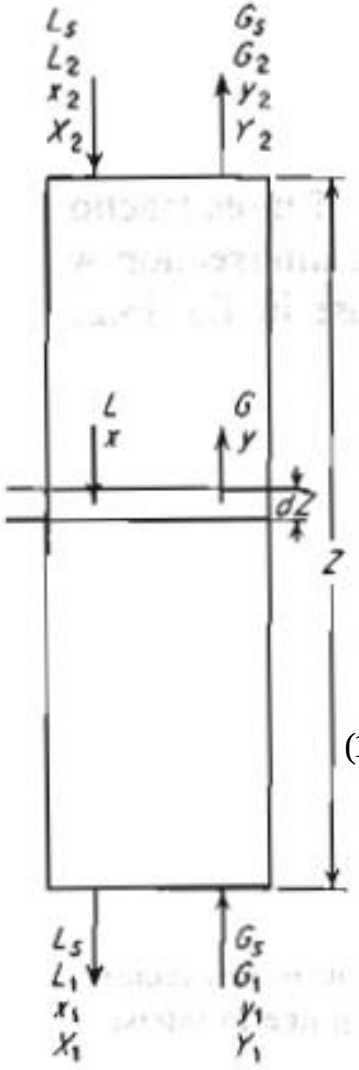
برج های پر شده Packed column

- برج های پرشده از دسته دستگاه های انتقال جرم تماس مداوم می باشد. در این نوع برج بر خلاف برج های سینی دار تماس به صورت مداوم بین دو فاز صورت گرفته و ترکیب نسبی فاز گاز و مایع به صورت مداوم در طول برج تغییر می کند. لذا هر نقطه روی منحنی خط عامل مبین شرایط یکی از نقاط برج است. نکته قابل اهمیت در برج های جذب تعیین ارتفاع برج به جای تعداد سینی ها می باشد.
- دو روش برای تعیین ارتفاع وجود دارد:

1) روش ارتفاع معادل با یک واحد تعادلی HETP: در این روش تعداد مراحل مشابه برج های سینی دار محاسبه شده و در ارتفاع معادل یک واحد تعادلی ضرب می شود تا ارتفاع برج به دست آید. این پارامتر بستگی به نوع و ابعاد برج، شدت جریان گاز و مایع و غلظت گاز و مایع دارد. با توجه به اطلاعات زیاد مورد نیاز چندان روش مناسبی نیست.

2)استفاده از موازنه ماده در یک المان به اندازه dz و تعمیم به کل برج

برج جذب آکنده



$$d(G.y).A = N_A.a.A.dz \Rightarrow d(G.y) = N_A.a.dz$$

$$N_A = F_G Ln\left(\frac{1-y_i}{1-y}\right)$$

$$d(G.y) = d\left(\frac{G_s y}{1-y}\right) = \frac{G_s}{(1-y)^2}dy = \frac{G}{(1-y)}dy$$

$$Z = \int_0^Z dZ = \int_{y_2}^{y_1} \frac{G\,dy}{F_G a(1-y)\ln[(1-y_i)/(1-y)]}$$

$$(1-y)_{iM} = \frac{(1-y_i)-(1-y)}{Ln\left(\frac{1-y_i}{1-y}\right)} \Rightarrow Ln\left(\frac{1-y_i}{1-y}\right) = \frac{(1-y_i)-(1-y)}{(1-y)_{iM}} = \frac{y-y_i}{(1-y)_{iM}}$$

$$y - y_i = (1-y_i) - (1-y)$$

$$Z = \int_{y_2}^{y_1} \frac{G(1-y)_{iM}\,dy}{F_G a(1-y)(1-y_i)}$$

$$H_{tG} = \frac{G}{F_G a}$$

$$Z = \int_{y_2}^{y_1} H_{tG} \frac{(1-y)_{iM}\, dy}{(1-y)(y-y_i)} \approx H_{tG} \int_{y_2}^{y_1} \frac{(1-y)_{iM}\, dy}{(1-y)(y-y_i)} = H_{tG} N_{tG}$$

$$(1-y)_{iM} = \frac{(1-y_i) - (1-y)}{\ln[(1-y_i)/(1-y)]} \approx \frac{(1-y_i) + (1-y)}{2}$$

$$N_{tG} = \int_{y_2}^{y_1} \frac{dy}{y-y} + \tfrac{1}{2} \ln \frac{1-y_2}{1-y_1}$$

$$Z = \int_{x_2}^{x_1} \frac{L\,dx}{F_L a(1-x)\ln\left[(1-x)/(1-x_i)\right]} = \int_{x_2}^{x_1} \frac{L(1-x)_{iM}\,dx}{F_L a(1-x)(x_i-x)} \tag{8.29}$$

$$Z = \int_{x_2}^{x_1} H_{tL}\frac{(1-x)_{iM}\,dx}{(1-x)(x_i-x)} \approx H_{tL}\int_{x_2}^{x_1}\frac{(1-x)_{iM}\,dx}{(1-x)(x_i-x)} = H_{tL}N_{tL} \tag{8.30}$$

$$H_{tL} = \frac{L}{F_L a} = \frac{L}{k_x a(1-x)_{iM}} = \frac{L}{k_L ac(1-x)_{iM}} \tag{8.31}$$

$$N_{tL} = \int_{x_2}^{x_1}\frac{dx}{x_i-x} + \tfrac{1}{2}\ln\frac{1-x_1}{1-x_2} \tag{8.32}$$

مثال: فرایند حذف بنزن از گاز کک در مثال قبل را در نظر بگیرید. مقرر است از برج آکنده به قطر 470 میلیمتر پر شده با Ber saddles با اندازه 38 میلیمتر استفاده شود. سایر اطلاعات به قرار زیر است. مطلوبست تعیین ارتفاع برج.

Gas : $y_1 = 0.02$ $Y_1 = 0.0204$ mol/mol dry gas. $F_G a = 0.0719$ kmol/m$^3 \cdot$ s $F_L a = 0.01377$ kmol/m$^3 \cdot$ s

$y_2 = 0.00102$ $Y_2 = 0.00102$

Av mol wt = 11.0

G1 = 0.250 m^3/s = 0.01075 kmol/s Gs= 0.01051 kmol/s nonbenzene

Temperature = 26°C pressure $p_t = 1.07 \times 10^5$ N/m^2 (803 mmHg)

Viscosity = 10^{-5} kg/m $\cdot$ s (0.010 cP) $D_{AG} = 1.30 \times 10^{-5}$ m^2/s

Liquid $x_2 = 0.005$ $X_2 = 0.00503$ mol benzene/mol oil.

$x_1 = 0.1063$ $X_1 = 0.1190$

Mol wt = 270 viscosity = 2×10^{-3} kg/m $\cdot$ s (2.0 cp)

Density = 840 kg/m^3 L2 = 1.787×10^{-3} kmol/s

Temperature = 26°C $D_{A,L} = 4.77 \times 10^{-10}$ m^2/s

Surface tension = 0.03 N/m^2 $m = y^*/x = 0.1250$

$$Z = H_{tG} N_{tG} \qquad H_{tG} = \frac{G}{F_G a} \qquad N_{tG} = \int_{y_2}^{y_1} \frac{dy}{y - y} + \tfrac{1}{2} \ln \frac{1 - y_2}{1 - y_1}$$

$$G = \frac{0.01075 + 0.01051/(1 - 0.00102)}{2(0.1746)} = 0.0609 \text{ kmol/m}^2 \cdot \text{s} \qquad H_{tG} = \frac{G}{F_G a} = \frac{0.0609}{0.0719} = 0.847 \text{ m}$$

$$0.01051\,(0.0204 - Y) = (1.787 \times 10^{-3})\,(0.1190 - X)$$

$$y = Y/(1 + Y)$$

$$\frac{1 - y_i}{1 - 0.0200} = \left(\frac{1 - 0.1063}{1 - x_i} \right)^{0.01377/0.0719}$$

$N_{tG} = 15.1$

$Z = 15.1 * 0.847 = 12.8m$

X	Y	y	y_i	$\frac{1}{y - y_i}$
0.00503	0.00102	0.00102	0.000784	
0.02	0.00357	0.00356	0.00285	
0.04	0.00697	0.00692	0.00562	
0.06	0.01036	0.01025	0.00830	
0.08	0.01376	0.01356	0.01090	
0.10	0.01714	0.01685	0.01337	
0.1190	0.0204	0.0200	0.01580	

ضرایب کلی و واحد های انتقال

$$Z = N_{tOG} H_{tOG}$$

$$N_{tOG} = \int_{y_2}^{y_1} \frac{(1-y)_{*M}\, dy}{(1-y)(y-y^*)}$$

$$N_{tOG} = \int_{y_2}^{y_1} \frac{dy}{y-y^*} + \tfrac{1}{2}\ln\frac{1-y_2}{1-y_1}$$

$$N_{tOG} = \int_{Y_2}^{Y_1} \frac{dY}{Y-Y^*} + \tfrac{1}{2}\ln\frac{1+Y_2}{1+Y_1}$$

$$H_{tOG} = \frac{G}{F_{OG}a} = \frac{G}{K_y a(1-y)_{*M}} = \frac{G}{K_G a p_t (1-y)_{*M}}$$

$$Z = N_{tOL} H_{tOL}$$

$$N_{tOL} = \int_{x_2}^{x_1} \frac{(1 - x)_{*M}\, dx}{(1 - x)(x^* - x)}$$

$$N_{tOL} = \int_{x_2}^{x_1} \frac{dx}{x^* - x} + \tfrac{1}{2} \ln \frac{1 - x_1}{1 - x_2}$$

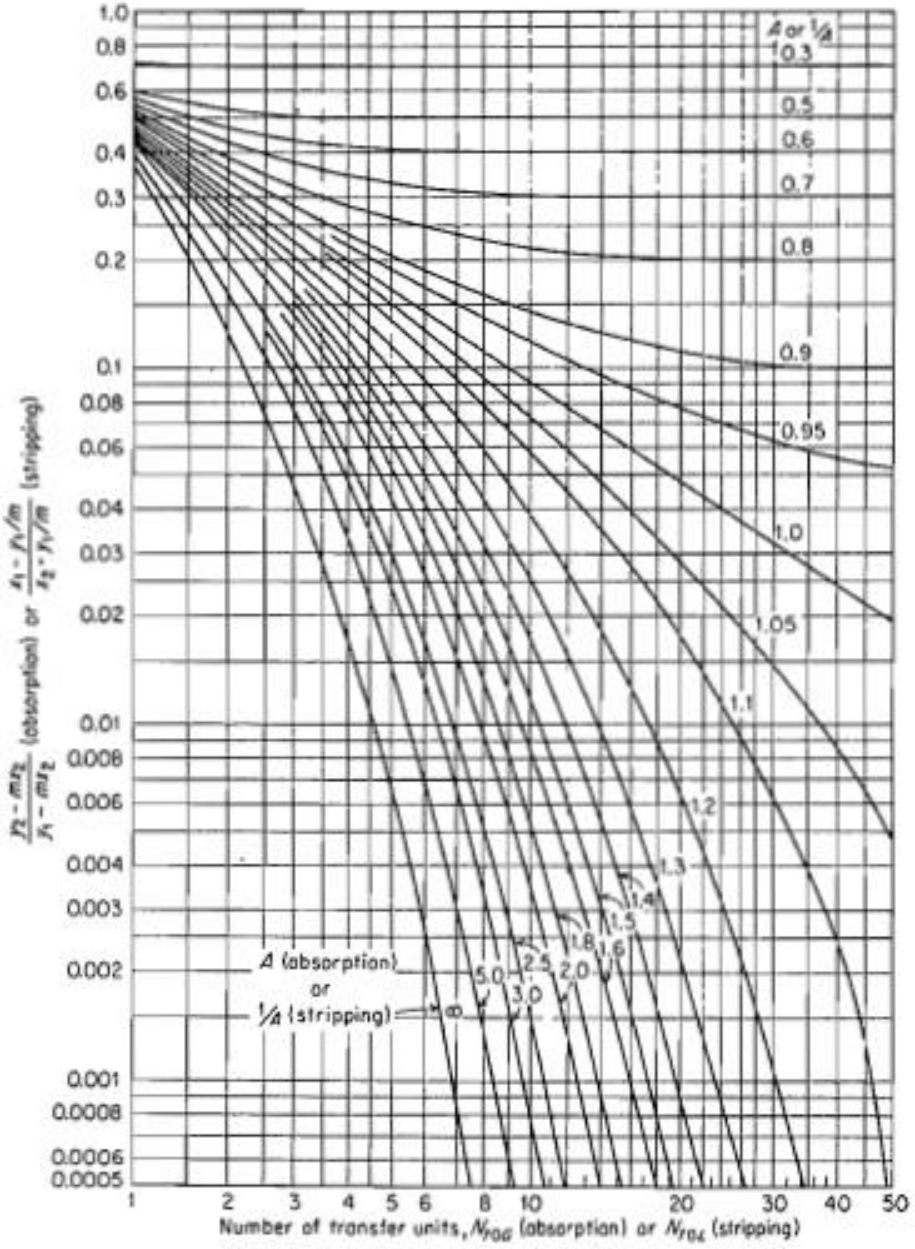
$$N_{tOL} = \int_{X_2}^{X_1} \frac{dX}{X^* - X} + \tfrac{1}{2} \ln \frac{1 + X_1}{1 + X_2}$$

$$H_{tOL} = \frac{L}{F_{OL} a} = \frac{L}{K_x a (1 - x)_{*M}} = \frac{L}{K_L a c (1 - x)_{*M}}$$

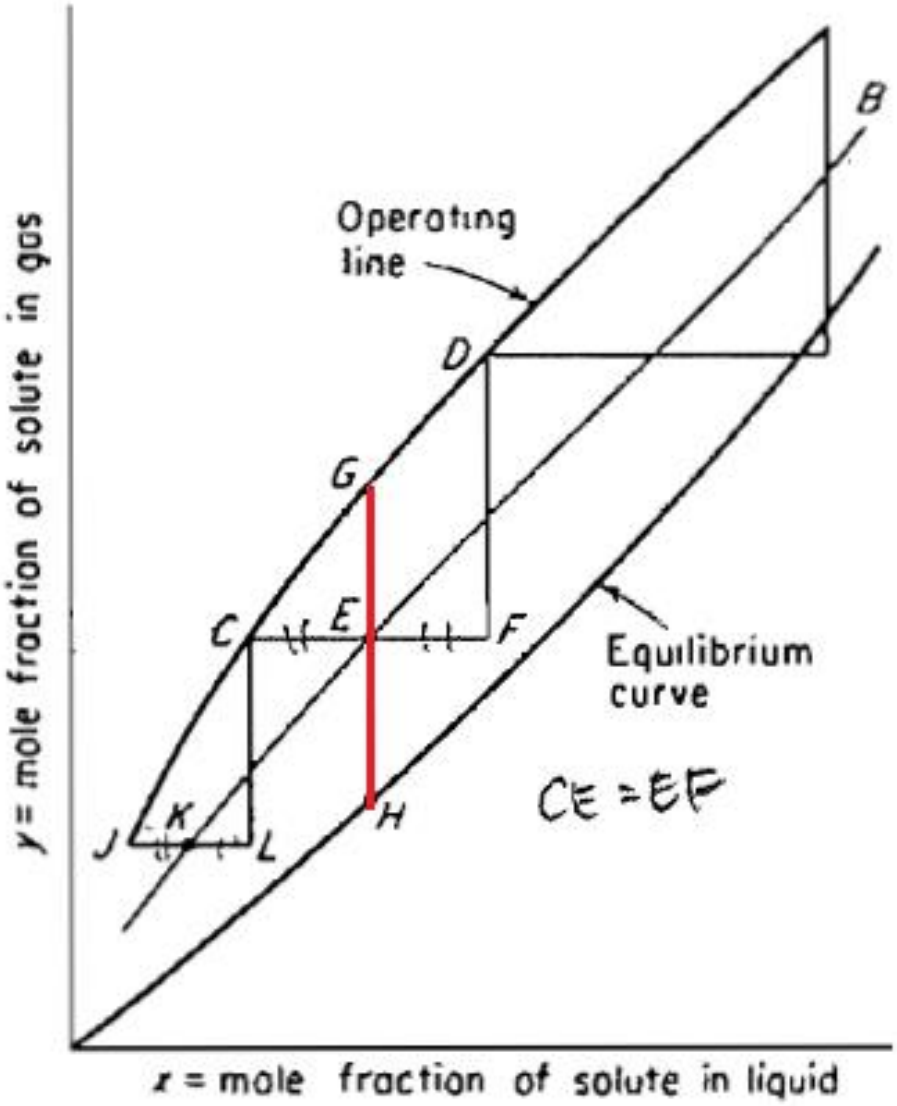
تعداد واحدهای انتقال برای محلول رقیق و قانون هنری

$$N_{tOG} = \frac{\ln\left[\dfrac{y_1 - mx_2}{y_2 - mx_2}\left(1 - \dfrac{1}{A}\right) + \dfrac{1}{A}\right]}{1 - 1/A}$$

$$N_{tOL} = \frac{\ln\left[\dfrac{x_2 - y_1/m}{x_1 - y_1/m}(1 - A) + A\right]}{1 - A}$$



روش ترسیمی


B
Operating line
D
G
C
E
F
Equilibrium curve
CE = EF
J
K
L
H
y = mole fraction of solute in gas
x = mole fraction of solute in liquid

ارتفاع کلی واحدهای انتقال

$$\frac{G}{F_{OG}a} = \frac{G(1-y)_{iM}}{F_G a(1-y)_{*M}} + \frac{mG}{L}\frac{L}{F_L a}\frac{(1-x)_{iM}}{(1-y)_{*M}}$$

$$H_{tOG} = H_{tG}\frac{(1-y)_{iM}}{(1-y)_{*M}} + \frac{mG}{L}H_{tL}\frac{(1-x)_{iM}}{(1-y)_{*M}}$$

If the mass-transfer resistance is essentially all in the gas, $y_i \approx y^*$, and

$$H_{tOG} = H_{tG} + \frac{mG}{L}H_{tL}\frac{(1-x)_{iM}}{(1-y)_{*M}}$$

$$H_{tOL} = H_{tL}\frac{(1-x)_{iM}}{(1-x)_{*M}} + \frac{L}{mG}H_{tG}\frac{(1-y)_{iM}}{(1-x)_{*M}}$$

and if the mass-transfer resistance is essentially all in the liquid,

$$H_{tOL} = H_{tL} + \frac{L}{mG}H_{tG}\frac{(1-y)_{iM}}{(1-x)_{*M}}$$

می خواهیم برای جدا ساختن دی اکسید گوگرد از از یک هزار متر مکعب در ساعت هوای آلوده از آب خالص استفاده نماییم. غلظت در گاز ورودی برابر **۱۰٪** بوده و بایستی میزان آن به **۱٪** کاهش یابد. غلظت در مایع خروجی از برج برابر **۰/۲** درصد مولی بوده و دما و فشار عملیاتی برج به ترتیب برابر **۲۵** درجه سانتیگراد و دو آتمسفر می باشد. در صورتی که ضرایب انتقال جرم در فازهای مایع و گاز به ترتیب برابر **۴** و **۳** باشد، مطلوبست محاسبه الف) دبی فاز مایع، ب) تعداد مراحل تئوری در فرآیند چند مرحله ای جریان متقابل و ج) غلظت های فصل مشترک دوفاز در بالا و پایین برج. داده های تعادلی به قرار زیر است.

P_{SO_2} (atm.)	0.04	0.08	0.12	0.16	0.2
x_{SO_2} (mole fract.)	0.00127	0.00237	0.00338	0.00439	0.00538

Y	0.0204	0.0417	0.0638	0.0869	0.1111
X	0.00127	0.00237	0.00339	0.00440	0.00540

برای جداسازي 80 درصد آمونياك موجود در هوای آلوده از آب خالص استفاده می شود. دبی هوای ورودی به سیستم جداسازی 600 مترمکعب در دقیقه و مقدار آمونیاک موجود در آن 75 درصد می باشد. چنانچه فرآیند جداسازي مذکور در فشار 1 atm دمای 25 درجه سانتی گراد و به صورت جریان متعامد انجام گردد، مطلوب است محاسبه تعداد مراحل مورد نیاز در صورتی که دبی آب در مراحل با هم برابر (50 کیلوگرم در دقیقه) و هر واحد تعادلی باشد. **منحنی تعادل Y=X**